

حلینا محمودی، تالیف شماره (۳)، نروود دوازدهم هجری

$$y^2 - y \leq x^2 + x + 1 \Rightarrow x^2 - yx + x + y + 1 \Rightarrow x^2 + (1-y)x + y + 1 : (1)$$

$$\Rightarrow x \leq \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x \leq \frac{-1+y \pm \sqrt{(1-y)^2 - 4(y+1)}}{2} \Rightarrow \Delta \geq 0$$

$$\Rightarrow y^2 - 4y - 4 \geq 0 \Rightarrow (y-4)(y+1) \geq 0 \Rightarrow \begin{matrix} -1 & 4 \\ + & - & + \end{matrix}$$

$$\Rightarrow R_f = (-\infty, -1] \cup [4, +\infty) \leftarrow \text{جواب}$$

(الف) $y = 2x^2 - 5x + 1 \xrightarrow{a > 0} \begin{matrix} x_{\min} = \frac{-b}{2a} = \frac{5}{4} \\ y_{\min} = \frac{4a^2d - b^2}{4a} = \frac{4 \cdot 2 \cdot 1 - 25}{8} = -\frac{17}{8} \end{matrix} : (14)$

$$\Rightarrow R_f = [-\frac{17}{8}, +\infty)$$

(ب) $y = \sqrt{-x^2 + 4x - 4} \xrightarrow{a < 0} \begin{matrix} x_{\min} = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{-2} = 2 \\ y_{\min} = -9 + 18 - 4 = 5 \end{matrix} \Rightarrow R_f = \sqrt{(-\infty, 4]} : (15)$

$$\Rightarrow [0, 2]$$

(ج) $y = \sqrt{x^2 - 2x^2 + 4x + 1} \xrightarrow{\text{نیز بدین توان آن فرد است}} \Rightarrow R_f = [0, +\infty)$
 باید تابع حیدر جمله است که بدین توان آن فرد است
 پس بدین آن R می شود که باید ابطال باشد

(د) $\log(x^2 - 4x^2 + 7x + 4) \xrightarrow{\text{نیز بدین توان فرد}} R \Rightarrow R_f = (-\infty, +\infty)$
 بدین توان فرد

$$y = \frac{3n^2 + 4}{n^2 - 1} \quad \text{روش اولی: } y n^2 - y = 3n^2 + 4$$

$$\Rightarrow \frac{3n^2 - y n^2}{n^2(3-y)} = -y - 4 \Rightarrow n^2 \pm \sqrt{\frac{-y-4}{3-y}} \geq 0 \quad \frac{-4}{3-y}$$

$$R_f = \Rightarrow (-\infty, -4] \cup (3, +\infty) \quad \checkmark$$

⑤ روش دوم: $y = \frac{3n^2 + 4}{n^2 - 1} \rightarrow \min n^2 = 0 \Rightarrow \frac{4}{-1} = -4$
 $\rightarrow \max n^2 = \infty \Rightarrow \frac{3(\infty) + 4}{(\infty) - 1} \rightarrow 3$

$\frac{4}{-1} \rightarrow$ خارج صفر می شود $\Rightarrow n^2 = 1$
 $n^2 = 1 \Rightarrow R_f = (-\infty, -4] \cup (3, +\infty)$
 $\rightarrow$ خارج (2) عدد

$$y = \frac{2 \sin n - 1}{\sin n + 3} \quad \text{روش اولی: } y \sin n + 3y = 2 \sin n - 1$$

$$\frac{y \sin n - 2 \sin n}{\sin n (y - 2)} = -3y - 1 \Rightarrow \sin n = \frac{-3y - 1}{y - 2} \quad -1 \leq \sin n \leq 1$$

$$\Rightarrow -1 \leq \frac{-3y - 1}{y - 2} \leq 1 \rightarrow -3y - 1 \leq y - 2 \Rightarrow 1, 4y \Rightarrow y \geq \frac{1}{4}$$

$$-y + 2 \leq -3y - 1 \Rightarrow 3 \geq -2y \Rightarrow y \leq -\frac{3}{2} \Rightarrow R_f = \left[-\frac{3}{2}, \frac{1}{4}\right]$$

روش دوم: $\sin$ کمترین مقدار $-1 \rightarrow \frac{2(-1) - 1}{-1 + 3} = \frac{-3}{2}$

$\sin$ بیشترین مقدار $+1 \rightarrow \frac{2(1) - 1}{1 + 3} = \frac{1}{4}$

$$\Rightarrow R_f = \left[-\frac{3}{2}, \frac{1}{4}\right]$$

* خارج هم نمی تواند صفر بود
 زیرا $\sin n \neq -3$ پس دو عدد است.

(۲) : $\{ \text{رشته منبج} \} \Rightarrow \mathbb{R}$ $\Rightarrow$ محاسبه $f(n) = \frac{n^2 - n + \frac{1}{4}}{n^2 - n + 1}$

$\Delta < 0 \Rightarrow$ بین منبج $\Rightarrow \Delta < 0 \Rightarrow P_f = \mathbb{R}$

محاسبه $y n^2 - y n + y = n^2 - n + \frac{1}{4}$
 $\Rightarrow y n^2 - n^2 - y n + n + y - \frac{1}{4} = 0 \Rightarrow \frac{n^2}{2a} - 1 + y \pm \sqrt{(1+y)^2 - 4(y-\frac{1}{4})}$
 $(y-1)n^2 + n(1-y) \quad \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad 2y-2$

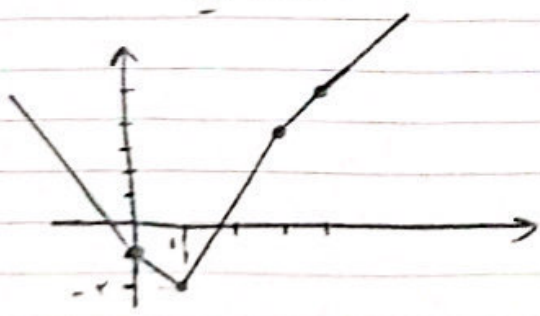
$\Delta > 0 \Rightarrow y^2 - 2y + 1 - 4y^2 + 4y - 1 > 0 \Rightarrow -3y^2 + 4y > 0$

$3y(-y+1) > 0 \Rightarrow \frac{1}{-4+1} \rightarrow [0, 1]$

استدلال راه برای زحمانی است که
 تفاوت درجه ۲ با ۱ بین ضرایب n به
 منفی باشد

$\Rightarrow R_f = [0, 1] \checkmark$

(الف) $y = |2n-2| - |n-3|$
 $n \leq 3$ $n \geq 3$

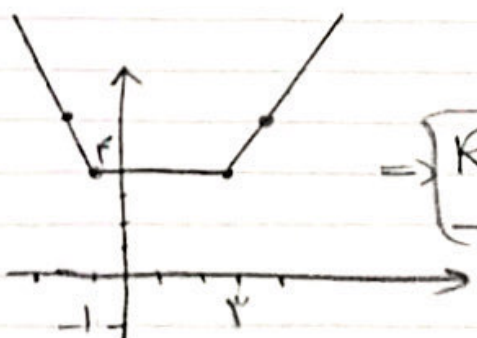


(۷) : به کمک رسم مثل $\Rightarrow$ رشته های داخل
 قدر مطلق + یایی بسته + یایی بسته

$\Rightarrow R_f = [-2, +\infty) \checkmark$

(ب) $y = |n-3| + |n+1|$
 $n \leq 3$ $n \geq -1$

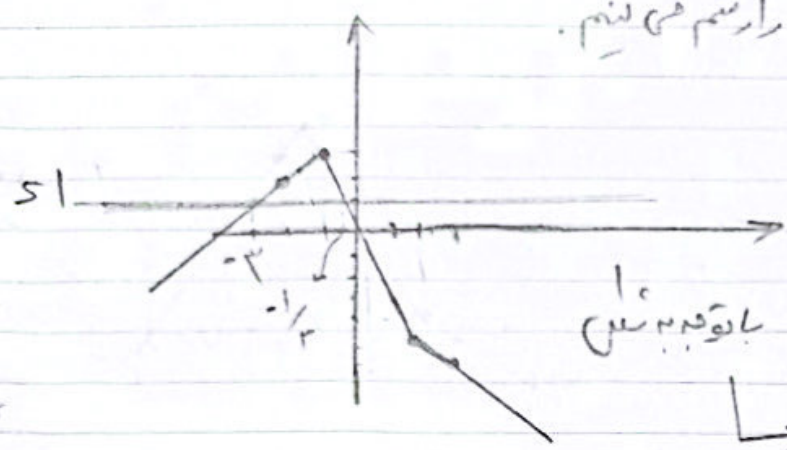
$\begin{matrix} 3 & | & -1 & | & 4 & | & -2 \\ 4 & | & 4 & | & 4 & | & 4 \end{matrix}$



$\Rightarrow R_f = [2, +\infty) \checkmark$

$$|n-2| - |2n+2| \leq 1$$

۱) : ابتدا از سمت چپ شروع می‌کنیم.



$\begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 2 & -7 \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -4 \end{vmatrix}$
$\begin{vmatrix} -3 & -1/3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$	

جواب: $\rightarrow R - (-3, -\frac{1}{3})$

الف) $y = [n] + [3-n]$

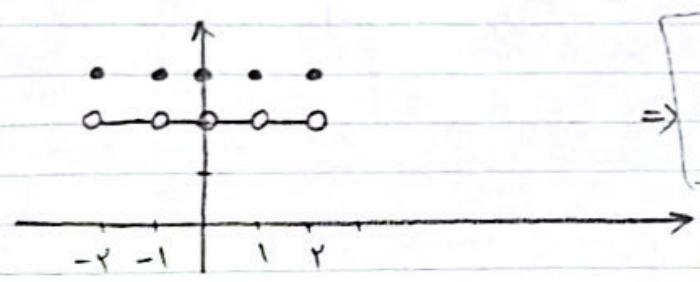
$\rightarrow [n] + [-n] + 3$

$\notin \mathbb{Z} \rightarrow 2$ $\in \mathbb{Z} \rightarrow 3$

$\left. \begin{array}{l} \nearrow \in \mathbb{Z} = 3 \\ \searrow \notin \mathbb{Z} = 2 \end{array} \right\}$

۹)

جواب: $\Rightarrow R_f \subseteq \{2, 3\}$



جواب

ب) $3n - [n] \xrightarrow{n \in \mathbb{Z}} 4 - [2] = 2$

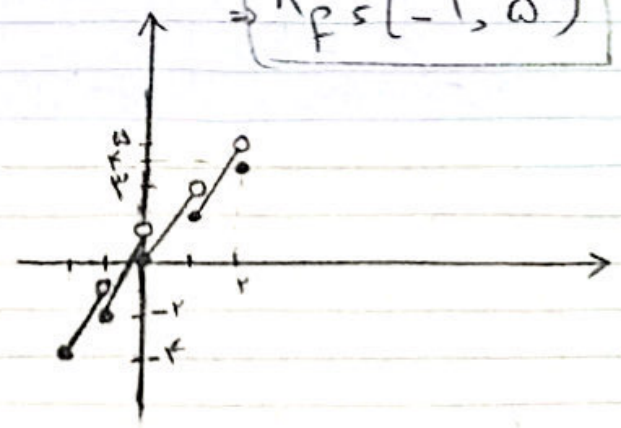
$\Rightarrow R_f \subseteq [-4, 5)$

$-2 < n < -1 \Rightarrow [n] = -2 \Rightarrow 3n + 2$

$-1 \leq n < 0 \Rightarrow [n] = -1 \Rightarrow 3n + 1$

$0 \leq n < 1 \Rightarrow [n] = 0 \Rightarrow 3n$

$1 \leq n < 2 \Rightarrow [n] = 1 \Rightarrow 3n - 1$



$$\text{الف) } \sin^2 x - \sin x + 1$$

$$\sin x \in \left[-\frac{b}{2a} \pm \frac{1}{2}\right] \rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{4} \Rightarrow R_f = \left[\frac{3}{4}, 3\right]$$

$$\sin x \in 1 \rightarrow y \in 1$$

$$\sin x \in -1 \Rightarrow y \in 3$$

$$\text{ب) } \sin^2 x + \sin^2 x + 1$$

$$\sin^2 x \in 0 \rightarrow y \in 1$$

$$\sin^2 x \in 1 \rightarrow y \in 3$$

$$\Rightarrow R_f = [1, 3]$$

$$\sin^2 x \in \left[-\frac{b}{2a} \pm \frac{1}{2}\right] \quad \text{قق قق}$$

همیشه به خود اعتماد داشته باشید، اگر یک بار کاری را با موفقیت انجام داده باشید، باز هم می توانید.