نام و نام خانوادگی ...پرنیان شمشیری... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۳... کلاس ...دوازدهم دفتر A...

۱

$y=\frac{x^2+x+2}{x-1} \to yx-y=x^2+x+2 \to x^2+x(1-y)+2+y=0 \to x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$\to x=\frac{-(1-y)\pm\sqrt{(1-y)^2-(4)(1)(2+y)}}{2} \to \Delta\geq 0 \to (1-y)^2-\underbrace{(4)(1)(2+y)}_{8+4y}\geq 0$

$\to 1+y^2-2y-8-4y\geq 0 \to y^2-6y-7\geq 0 \to (y-7)(y+1)\geq 0 \to$ $\begin{array}{ccccc} & -1 & & 7 & \\ + & | & - & | & + \end{array}$

$\to \boxed{R_f=(-\infty,-1]\cup[7,+\infty)}$

۲

الف) $y=2x^2-5x+1 \to ext\ \left|\begin{array}{l}\frac{-b}{2a}=\frac{5}{4}\\ -\frac{17}{8}\end{array}\right. \to \boxed{R_f=[-\frac{17}{8},+\infty)}$

ب) $y=\sqrt{-x^2+6x-5}$ $\xrightarrow{\text{ابتدا برد زیر رادیکال را بدست می‌آوریم}}$ $-x^2+6x-5 \to ext\ \left|\begin{array}{l}\frac{-b}{2a}=\frac{-6}{-2}=3\\ 4\end{array}\right. \to R_f=(-\infty,4] \to \sqrt{(-\infty,4]}=\boxed{[0,2]=R_f}$

ج) $y=\sqrt{x^7-2x^2+4x+1}$ برد تابع با مرتبه فرد $\mathbb{R}$ است $\to \sqrt{\mathbb{R}} \to \boxed{R_f=[0,+\infty)}$

د) $y=\log(x^3-6x^2+7x+4) \to \boxed{R_f=(-\infty,+\infty)}$

۳

الف) $y=\frac{3x+1}{2x-6}$ $\xrightarrow{\text{تابع هموگرافیک}}$ $R_f=\mathbb{R}-\{\frac{a}{c}\} \to \boxed{R_f=\mathbb{R}-\{\frac{3}{2}\}}$

ب) $y=\sqrt{\frac{4x+1}{x-2}}$ $\xrightarrow{\text{تابع هموگرافیک}}$ $R_f=\mathbb{R}-\{\frac{a}{c}\} \to R_f=\mathbb{R}-\{4\}$ $\xrightarrow[\text{است}]{\text{زیر رادیکال}}$ $\boxed{R_f=[0,+\infty)-\{2\}}$

ج) $y=\frac{x^2+4}{\sqrt{x^2+3}}=\frac{x^2+3+1}{\sqrt{x^2+3}}=\frac{x^2+3}{\sqrt{x^2+3}}+\frac{1}{\sqrt{x^2+3}}=\sqrt{x^2+3}+\frac{1}{\sqrt{x^2+3}} \to$ کمترین مقدار $\sqrt{x^2+3}=\sqrt{3}$ است و کمترین مقدار کل عبارت $\sqrt{3}+\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{4}{\sqrt{3}}$ $\to \boxed{R_f=[\frac{4}{\sqrt{3}},+\infty)}$

د) $y=x^2+\frac{1}{x^2+4}=x^2+4+\frac{1}{x^2+4}-4 \to$ کمترین مقدار $x^2+4=4$ است و کمترین مقدار کل عبارت $4+\frac{1}{4}-4=\frac{1}{4}$ است $\to \boxed{R_f=[\frac{1}{4},+\infty)}$

۴

روش اصلی => $y=\frac{3x^2+4}{x^2-1} \to yx^2-y=3x^2+4 \to (y-3)x^2=4+y \to x^2=\frac{4+y}{y-3} \to x=\sqrt{\frac{4+y}{y-3}}$ (-4 ، 3)

$\to \begin{array}{ccccc} & -4 & & 3 & \\ + & | & - & | & + \end{array} \to R_f=(-\infty,-4]\cup(3,+\infty)$

روش دوم =

$x^2 \to$ کمترین مقدار $=0 \to x^2=0 \to y=\frac{3(0)+4}{0-1}=-4$

$x^2 \to$ بیشترین مقدار $=+\infty \to x^2=+\infty \to y=\frac{3(+\infty)+4}{+\infty-1}\simeq\frac{3(+\infty)}{(+\infty)}=3$

اگر $x^2=1$ شود، مخرج صفر می‌شود پس بردن این را در نظر نگیریم

$\boxed{R_f=(-\infty,-4]\cup[3,+\infty)}$

۵

روش اصلی => $y=\frac{2\sin x-1}{\sin x+3} \to y\sin x+3y=2\sin x-1 \to (2-y)\sin x=3y+1 \to \sin x=\frac{3y+1}{2-y}$

$\to -1\leq\sin x\leq 1 \to -1\leq\frac{3y+1}{2-y}\leq 1$

$\to -1\leq\frac{3y+1}{2-y} \to \frac{3y+1}{2-y}+1\geq 0 \to \frac{3y+1+2-y}{2-y}=\frac{2y+3}{2-y}\geq 0$ $\begin{array}{ccccc} & -\frac{3}{2} & & 2 & \\ - & | & + & | & - \end{array}$

$\to \frac{3y+1}{2-y}\leq 1 \to \frac{3y+1}{2-y}-1\leq 0 \to \frac{3y+1-2+y}{2-y}=\frac{4y-1}{2-y}\leq 0$ $\begin{array}{ccccc} & \frac{1}{4} & & 2 & \\ - & | & + & | & - \end{array}$

$[-\frac{3}{2},2)\cap(-\infty,\frac{1}{4}]\cup(2,+\infty)=[-\frac{3}{2},\frac{1}{4}] \to \boxed{R_f=[\frac{-3}{2},\frac{1}{4}]}$

روش دوم =

$\sin x \to$ کمترین مقدار $: -1 \to \sin x=-1 \to y=\frac{2(-1)-1}{(-1)+3}=-\frac{3}{2}$

$\sin x \to$ بیشترین مقدار $: 1 \to \sin x=1 \to y=\frac{2(1)-1}{1+3}=\frac{1}{4}$

مخرج صفر نمی‌شود چون $\sin x=-3$ غ ق ق است

$\boxed{R_f=[-\frac{3}{2},\frac{1}{4}]}$

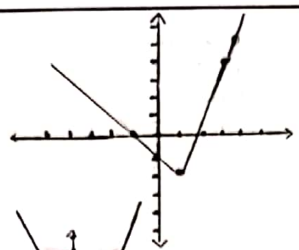
۶

$f(x)=\dfrac{x^۲-x+\frac{۱}{۴}}{x^۲-x+۱} \to x^۲-x+۱\neq ۰ \to \Delta=۱-(۴)=-۳ \to \Delta<۰ \to$ همواره برقرار $\to D_f=\mathbb{R}$

۷

الف) $y=|۲x-۲|-|x-۳|$

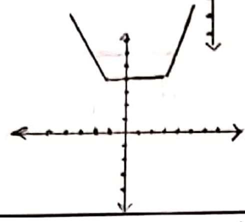
	۱	۳
$-۲x+۲+x-۳$	$۲x-۲+x-۳$	$۲x-۲-x+۳$
$-x-۱$	$۳x-۵$	$x+۱$



$\to R_f=[-۲,+\infty)$

ب) $y=|x-۳|+|x+۱|$

	-۱	۳
$-x+۳-x-۱$	$-x+۳+x+۱$	$x-۳+x+۱$
$-۲x+۲$	۴	$۲x-۲$



$\to R_f=[۴,+\infty)$

۸

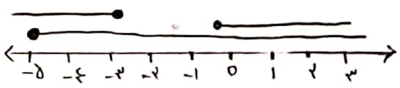
$|x-۲|-|۲x+۲|\leq ۱ \to$

	-۱	۲
$۲-x+۲x+۲$	$۲-x-۲x-۲$	$x-۲-۲x-۲$
$x+۴$	$-۳x$	$-x-۴$

$\to x+۴\leq ۱ \to x\leq -۳$

$\to -۳x\leq ۱ \to x\geq -\frac{۱}{۳}$

$\to -x-۴\leq ۱ \to -x\leq ۵ \to x\geq -۵$



$\Rightarrow [-۵,-۳]\cup[-\frac{۱}{۳},+\infty)$

۹

الف) $y=[x]+[۳-x] = [x]+[-x]+۳$

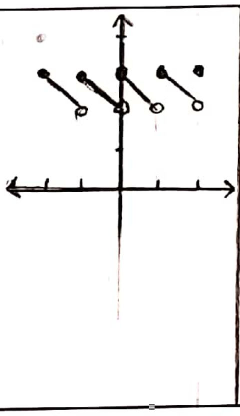
$-۲\leq x<-۱ \xrightarrow{[x]=-۲}$ $x=-۲ \to (-۲)+(۲)+۳=۳$ ؛ $x=-۱ \to (-۲)+(۱)+۳=۲$

$-۱\leq x<۰ \xrightarrow{[x]=-۱}$ $x=-۱ \quad (-۱)+(۱)+۳=۳$ ؛ $x=۰ \quad (-۱)+(۰)+۳=۲$

$۰\leq x<۱ \xrightarrow{[x]=۰}$ $x=۰ \to (۰)+(۰)+۳=۳$ ؛ $x=۱ \to (۰)+(-۱)+۳=۲$

$۱\leq x<۲ \xrightarrow{[x]=۱}$ $x=۱ \to (۱)+(-۱)+۳=۳$ ؛ $x=۲ \to (۱)+(-۲)+۳=۲$

$x=۲ \to [x]=۲ \to [۲]+[-۲]+۳=۳$



ب) $y=۳x-[x]$

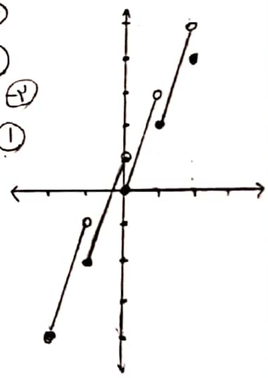
$-۲\leq x<-۱ \xrightarrow{[x]=-۲}$ $x=-۲ \to -۶-(-۲)=-۴$ ؛ $x=-۱ \to -۳-(-۲)=-۱$

$-۱\leq x<۰ \xrightarrow{[x]=-۱}$ $x=-۱ \to (-۳)-(-۱)=-۲$ ؛ $x=۰ \to (۰)-(-۱)=۱$

$۰\leq x<۱ \xrightarrow{[x]=۰}$ $x=۰ \to ۰-۰=۰$ ؛ $x=۱ \to ۳-۰=۳$

$۱\leq x<۲ \xrightarrow{[x]=۱}$ $x=۱ \to ۳-[۱]=۲$ ؛ $x=۲ \to ۶-[۱]=۵$

$x=۲ \xrightarrow{[x]=۲} x=۲ \to ۳(۲)-(۲)=۴$



۱۰

الف) $y=\sin^۲x-\sin x+۱$

$\to max=۱ \to ۱-۱+۱=۱$

$\to min=-۱ \to ۱-(-۱)+۱=۳$

$\to \frac{-b}{۲a}=\frac{۱}{۲} \to \frac{۱}{۴}-\frac{۱}{۲}+۱=\frac{۱-۲+۴}{۴}=\frac{۳}{۴}$

$R_f=[\frac{۳}{۴},۳]$

ب) $y=\sin^۴x+\sin^۲x+۱$

$\to max=۱ \to ۱+۱+۱=۳$

$\to min=۰ \to ۰+۰+۱=۱$

$\to \frac{-b}{۲a}=\frac{-۱}{۲} \to$ غ ق ق $\to \sin^۲\neq -\frac{۱}{۲}$

$R_f=[۱,۳]$