دوازدهم دختر A

رونیا ایوبی

Viana subject : شماره تکلیف: ۳ Year : Month : Date :

①

$$y=\frac{x^۲+x+۲}{x-۱} \Rightarrow xy-y=x^۲+x+۲ \Rightarrow x^۲+(۱-y)x+۲+y=0$$

$$\Rightarrow x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{۲a}=\frac{(y-۱)\pm\sqrt{(۱-y)^۲-۴(۲+y)}}{۲} \Rightarrow (۱-y)^۲-۴(۲+y)\geq 0$$

$$\Rightarrow y^۲-۲y+۱-۴y-۸\geq 0 \Rightarrow y^۲-۶y-۷\geq 0 \Rightarrow \underbrace{(y-۷)}_{۷ \leftarrow}\underbrace{(y+۱)}_{-۱ \leftarrow}\geq 0 \Rightarrow \begin{array}{ccccc} & -۱ & & ۷ & \\ \hline \underbrace{+}_{ج} & 0 & - & 0 & \underbrace{+}_{ج} \end{array}$$

$$\Rightarrow \boxed{R_f=\mathbb{R}-(-۱,۷)}$$

②

الف) $y=۲x^۲-۵x+۱ \Rightarrow S\left|\begin{array}{l} \frac{-b}{۲a}=\frac{۵}{۴} \\ \frac{-\Delta}{۴a}=\frac{۴ac-b^۲}{۴a}=\frac{۸-۲۵}{۸}=-\frac{۱۷}{۸}\end{array}\right.$

$R_f=[y_S,+\infty) \Leftarrow$ min داراست

$$\Rightarrow \boxed{R_f=\left[-\frac{۱۷}{۸},+\infty\right)}$$

max دار است $\Rightarrow R_f=(-\infty,y_S]$

ب) $y=\sqrt{-x^۲+۶x-۵} \xrightarrow{-x^۲+۶x-۵} S\left|\begin{array}{l} x_S=\frac{-b}{۲a}=۳ \\ y_S=-(۳)^۲+۶(۳)-۵=۴\end{array}\right.$

$$R_f=\sqrt{(-\infty,۴]}=\boxed{[0,۲]} \Leftarrow$$

ج) $y = \sqrt{x^{۷} - ۳x^{۲} + ۴x + ۱} \Rightarrow R_f = \sqrt{\mathbb{R}} = \boxed{[0, +\infty)}$ ②

د) $\operatorname{Log}(x^{۳} - ۶x^{۲} + ۷x + ۴) = \operatorname{Log}\mathbb{R} \Rightarrow R_f = \boxed{\mathbb{R} = (-\infty, +\infty)}$

الف) $y = \dfrac{۳x + ۱}{۲x - ۶} \Rightarrow R_f = \mathbb{R} - \left\{\dfrac{a}{c}\right\} = \boxed{\mathbb{R} - \left\{\dfrac{۳}{۲}\right\}}$ ③

ب) $y = \sqrt{\dfrac{۴x + ۱}{x - ۲}} \Rightarrow R_f = \sqrt{\mathbb{R} - \left\{\dfrac{a}{c}\right\}} = \sqrt{\mathbb{R} - \{۴\}} \Rightarrow \boxed{R_f = [0, +\infty) - \{۲\}}$

ج) $y = \frac{x^۲+۴}{\sqrt{x^۲+۳}} = \frac{x^۲+۳+۱}{\sqrt{x^۲+۳}} = \underbrace{\sqrt{x^۲+۳}}_{\text{کمترین مقدار} = \sqrt{۳}} + \frac{۱}{\sqrt{x^۲+۳}}$

$\Rightarrow$ کمترین مقدار کل عبارت $= \sqrt{۳} + \frac{۱}{\sqrt{۳}} = \frac{۱۰}{\sqrt{۳}} = \frac{۱۰\sqrt{۳}}{۳} \Rightarrow \boxed{R_f = \left[\frac{۱۰\sqrt{۳}}{۳} , +\infty\right)}$

د) $x^۲ + \frac{۱}{x^۲+۴} = x^۲+۴ + \frac{۱}{x^۲+۴} - ۴$

کمترین مقدار ممکن

if $x=0 \Rightarrow x^۲+۴+\frac{۱}{x^۲+۴} - ۴ = \frac{۱}{۴} \Rightarrow \boxed{R_f = \left[\frac{۱}{۴} , +\infty\right)}$

(۴)

روش اصلی : $y=\frac{۳x^۲+۴}{x^۲-۱} \Rightarrow x^۲=-\frac{-y-۴}{y-۳}=\frac{y+۴}{y-۳}$

$\Rightarrow x=\pm\sqrt{\frac{y+۴}{y-۳}} \Rightarrow \frac{y+۴}{y-۳}\geq ۰ \Rightarrow$

−۴ ۳

+ ○ − ● +

ج ج

$\Rightarrow R_f=\mathbb{R}-(-۴,۳]$

$\Rightarrow x^۲y-y=۳x^۲+۴ \Rightarrow (۳-y)x^۲+۴+y \overset{y\neq ۳}{\Rightarrow} \Delta=b^۲-۴ac\geq ۰$ برای درجه ۲ صادق است

پس شرط $y\neq ۳$ برقرار است

$\Rightarrow ۰-۴(۳-y)(۴+y)\geq ۰ \Rightarrow -۴۸+۴y+۴y^۲\geq ۰ \Rightarrow (۲y+۸)(۲y-۶)\geq ۰$

$-۴ \quad ۳ \Rightarrow$

−۴ ۳

+ ○ − ● +

ج ج

$\Leftarrow \boxed{R_f=\mathbb{R}-(-۴,۳]}$

if $y=۳ \Rightarrow ۳x^۲-۳=۳x^۲+۴$

$\Rightarrow -۳\neq ۴ \Rightarrow$ y نمی‌تواند ۳ باشد

مقدار دقیق

روش خواسته شده = if $x^۲=۰ \Rightarrow y=\frac{۴}{-۱}=-۴$ $x^۲-۱=۰ \Rightarrow x^۲=۱$

مخرج می‌تواند صفر شود پس خارج دو عدد مد نظر است.

if $x^۲=+\infty \Rightarrow y=\frac{۳}{۱}=۳$

مقدار حدودی

$$\boxed{\Rightarrow R_f=(-\infty,-۴]\cup(۳,+\infty)=\mathbb{R}-(-۴,۳]}$$

⑤

$y=\frac{۲\sin x-۱}{\sin x+۳} \xrightarrow{۱)} \sin x=\frac{۳y+۱}{y-۲}=\frac{۳y+۱}{۲-y} \Rightarrow y\neq ۲$

$\Rightarrow -۱\leq\frac{۳y+۱}{۲-y}\leq ۱ \Rightarrow \frac{۳y+۱}{۲-y}\geq -۱ \Rightarrow \frac{۳y+۱}{۲-y}+۱\geq ۰ \Rightarrow \frac{۲y+۳}{۲-y}\geq ۰$ $\quad \to -\frac{۳}{۲}$, $\to ۲$

$\Rightarrow \begin{array}{c|ccc} & -\frac{۳}{۲} & & ۲ \\ \hline - & \phi & + & \infty \; - \end{array} \Rightarrow y\in[-\frac{۳}{۲},۲)$ ①

$\Rightarrow \frac{۳y+۱}{۲-y}\leq ۱ \Rightarrow \frac{۳y+۱}{۲-y}-۱\leq ۰ \Rightarrow \frac{۴y-۱}{۲-y}\leq ۰$ $\quad \to \frac{۱}{۴}$, $\to ۲$

$\begin{array}{c|ccc} & \frac{۱}{۴} & & ۲ \\ \hline - & \phi & + & \infty \; - \end{array}$ ② $y\in(-\infty,\frac{۱}{۴}]\cup(۲,+\infty)$

$\Rightarrow R_f=①\cap②=\boxed{[-\frac{۳}{۲},\frac{۱}{۴}]}$

روش خواسته شده $\Rightarrow y=\frac{۲\sin x-۱}{\sin x+۳}$ $\begin{cases} \xrightarrow{\sin x=۱} \frac{۱}{۴} \\ \xrightarrow{\sin x=-۱} -\frac{۳}{۲} \end{cases} \Rightarrow \boxed{R_f=[-\frac{۳}{۲},\frac{۱}{۴}]}$

دو سر بازه‌ها بسته ⇐ هر دو مقدار بدست دقیق است

$\sin x\in[-۱,۱]$

$\Rightarrow \sin x+۳\in[۲,۴] \Rightarrow$ مخرج نمی‌تواند صفر شود ⇐ بازه‌ی بین دو عدد مد نظر است

⑥

$y=\frac{x^۲-x+\frac{۱}{۴}}{x^۲-x+۱} \Rightarrow x^۲-x+۱\neq ۰ \Rightarrow \Delta=b^۲-۴ac=۱-۴=-۳$

min دار است و $\Delta<۰$ است ⇐ همواره ⊕ است

$\boxed{D_f=\mathbb{R}}$

$\left.\begin{array}{l} \text{if } x\xrightarrow{=-\infty} y\cong ۱ \;,\; \text{if } x\xrightarrow{=+\infty} y\cong ۱ \\ \text{if } x=\frac{-b}{۲a}=\frac{۱}{۲} \rightarrow y=۰ \end{array}\right\} \Rightarrow$ مخرج صفر نمی‌شود پس بین دو عدد مورد نظر است

$\Rightarrow \boxed{R_f=[۰,۱)}$

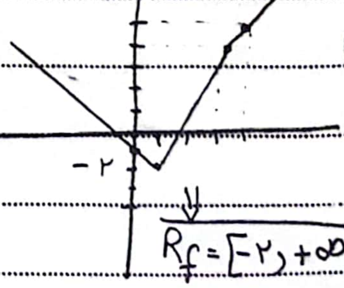
⑦

الف) $y=|۲x-۲|-|x-۳|$

$\qquad\quad \downarrow x=۱ \qquad \downarrow x=۳$

$\text{if } x=۰ \Rightarrow y=-۱ \qquad \text{if } x=۱ \Rightarrow y=-۲$

$\text{if } x=۳ \Rightarrow y=۴ \qquad \text{if } x=۴ \Rightarrow y=۵$

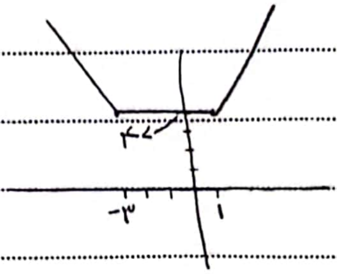


$\boxed{R_f=[-۲,+\infty)}$

⑦

ب) $y = |x+۳| + |x-۱|$

$\downarrow$ -۳ $\quad$ $\downarrow$ ۱ $\Rightarrow$



$\boxed{R_f = [۴, +\infty)}$ $\Leftarrow$

⑧

$|x-۲| - |۲x+۲| \leq ۱$

$\downarrow$ ۲ $\quad$ $\downarrow$ -۱ $\Rightarrow$

	-۱		۲	
$-x+۲+۲x+۲$ $= x+۴ \leq ۱$ $\Rightarrow x \leq -۳$ ✓	۳ ✗	$-x+۲-۲x-۲$ $= -۳x$ $\Rightarrow -۳x \leq ۱$ $\Rightarrow x \leq -\frac{۱}{۳}$ ✓	-۶ ✓	$x-۲-۲x-۲$ $= -x-۴$ $\Rightarrow -x-۴ \leq ۱$ $\Rightarrow x \geq -۳$ ✗

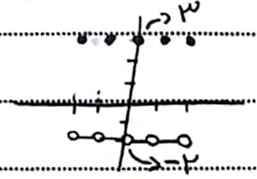
$\boxed{R_f = (-\infty, -۳] \cup (-۱, -\frac{۱}{۳}] \cup \{۲\}}$ $\Leftarrow$

⑨

الف) $y = [x] + [۳-x] = \underbrace{[x] + [-x]}_{\begin{cases} x \in \mathbb{Z} \Rightarrow y = ۰ \\ x \notin \mathbb{Z} \Rightarrow y = -۱ \end{cases}} + ۳ \Rightarrow \begin{cases} x \in \mathbb{Z} \Rightarrow y = ۳ \\ x \notin \mathbb{Z} \Rightarrow y = ۲ \end{cases}$

$x \in [-۲, ۲]$

$\Rightarrow$



ب) $y = ۳x - [x]$

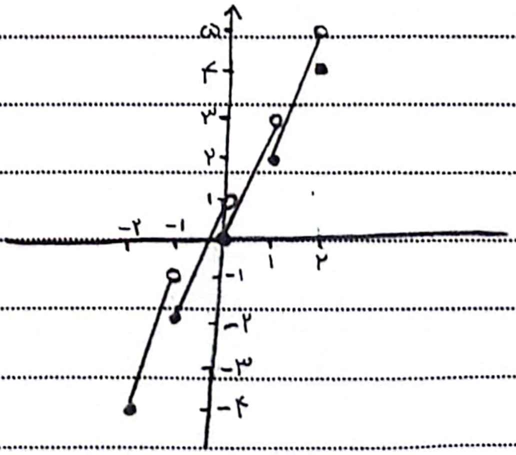
$x \in [-۲, -۱) \Rightarrow y = ۳x + ۲$

$x \in [-۱, ۰) \Rightarrow y = ۳x + ۱$

$x \in [۰, ۱) \Rightarrow y = ۳x$

$x \in [۱, ۲) \Rightarrow y = ۳x - ۱$

$x = ۲ \Rightarrow y = ۳(۲) - ۲ = ۴$



⑮

الف) $y=\sin^{۲}x-\sin x+۱ \xrightarrow{\sin x=-۱} (-۱)^{۲}-(-۱)+۱=۳$

$\xrightarrow{\sin x=۱} (۱)^{۲}-(۱)+۱=۱$

ق ق ✓ $\sin x=\frac{۱}{۲} \Leftarrow \xrightarrow{\sin x=\frac{-b}{۲a}} \left(\frac{۱}{۲}\right)^{۲}-\left(\frac{۱}{۲}\right)+۱=\frac{۱}{۴}-\frac{۱}{۲}+۱=\frac{۳}{۴}$

$\Rightarrow \boxed{R_f=\left[\frac{۳}{۴},۳\right]}$

ب) $y=\sin^{۴}x+\sin^{۲}x+۱ \xrightarrow{\sin^{۲}x=۰} y=۱$

$\xrightarrow{\sin^{۲}x=۱} y=۳ \Big\} \Rightarrow \boxed{R_f=[۱,۳]}$

$\sin^{۲}x=\frac{-b}{۲a}=-\frac{۱}{۲}$ غ ق ق $\xrightarrow{\hspace{2cm}}$ $\sin^{۲}x$ همواره مقداری نامنفی است.