نیایش زندی — شماره تکلیف ۳ — نام درس ۱ — دوازدهم A

۱۲/۷۵

۱-

$y = \dfrac{x^2+x+2}{x-1}$ $\quad yx - y = x^2 + x + 2 \quad x^2 + (1-y)x = -y-2 \quad x^2 + (1-y)x + (y+2) = 0$

$x = \dfrac{y-1 \pm \sqrt{(1-y)^2 - 4(y+2)}}{2} \quad x = \dfrac{y-1 \pm \sqrt{y^2-2y+1-4y-8}}{2} \quad x = \dfrac{y-1 \pm \sqrt{y^2-6y-7}}{2}$

حالا باید دامنه را پیدا کنیم یعنی ببینیم به ازای چه مقادیری زیر رادیکال تعریف می‌شود ←

$y^2 - 6y - 7 \geq 0 \quad (y-7)(y+1) \geq 0 \quad y=7,\ y=-1$

	-1		7	
$+$	0	$-$	0	$+$

$\boxed{R_f = R - (-1, 7)}$

۲

۲- سهمی Min دارد پس از رأس به بالا

$y = 2x^2 - 5x + 1 \quad \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{5}{4} \quad 2\left(\dfrac{25}{16}\right) - \dfrac{25}{4} + 1 = \dfrac{50 - 100 + 16}{16} = \dfrac{-34}{16} = \dfrac{-17}{8}$ $\quad \left[-\dfrac{17}{8}, +\infty\right)$

$y = \sqrt{-x^2 + 6x - 5}$ سهمی Max دارد است $\quad \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-6}{-2} = 3 \quad -9 + 18 - 5 = 4 \quad \sqrt{(-\infty, 4]} = [0, 2]$

$y = \sqrt{x^7 - 3x^2 + 4x + 1}$ عبارت زیر رادیکال برداشت است R است چون زیر رادیکال است $\rightarrow [0, +\infty)$

$\log_{10} x^3 - 6x^2 + 7x + 4$ $\quad R$

۱

۳- $y = \dfrac{3x+1}{2x-6} \quad 2yx - 6y = 3x + 1 \quad 2yx - 3x = 6y + 1 \quad x(2y-3) = 6y + 1 \quad x = \dfrac{2y-3}{6y+1}$

$6y \neq -1 \quad y \neq -\dfrac{1}{6} \quad R - \left\{-\dfrac{1}{6}\right\}$

آه اشتباه شد ← $\mathbb{R} - \left\{\dfrac{a}{c}\right\} \rightarrow R - \left\{\dfrac{3}{2}\right\}$

$y = \sqrt{\dfrac{4x+1}{x-2}} \quad y^2 = \dfrac{4x+1}{x-2} \quad y^2 x - 2y^2 = 4x + 1 \quad y^2 x - 4x = 2y^2 + 1 \quad x(y^2 - 4) = 2y^2 + 1$

$x = \dfrac{2y^2+1}{y^2-4} \quad y^2 \neq 4 \quad y \neq \pm 2 \quad R - \{\pm 2\}$

$R_y = \sqrt{\mathbb{R} - \{4\}} \rightarrow R_y = [0, +\infty) - \{2\}$

$y = \dfrac{x^2+4}{\sqrt{x^2+3}} \quad \dfrac{x^2+3}{\sqrt{x^2+3}} + \dfrac{1}{\sqrt{x^2+3}} = \sqrt{x^2+3} + \dfrac{1}{\sqrt{x^2+3}}$

$x = 0 \rightarrow \sqrt{3} + \dfrac{1}{\sqrt{3}} \quad \dfrac{\sqrt{3}}{3}$ کمترین مقدار آن $\quad \left[\dfrac{4\sqrt{3}}{3}, +\infty\right)$

$y = x^2 + \dfrac{1}{x^2+4} + 4 - 4$

$\underbrace{x^2 + 4 + \dfrac{1}{x^2+4}}_{\left[\frac{17}{4}, +\infty\right)} - 4 \rightarrow \left[\dfrac{1}{4}, +\infty\right)$

۱-

$y = \dfrac{3x^2+4}{x^2-1} \xrightarrow[\text{اصلی}]{\text{با یک روش}} yx^2 - y = 3x^2 + 4 \qquad yx^2 - 3x^2 = y + 4 \qquad x^2(y-3) = y+4$

$x^2 = \dfrac{y+4}{y-3}$ معادله نامنفی

$R_f = (-\infty, -4] \cup (3, +\infty)$

و بالا روش ۲ تا در $\longrightarrow y = \dfrac{3(0)+4}{0-1} = -4 \qquad y = \dfrac{3(+\infty)^2+4}{(+\infty)^2-1} = \dfrac{3\infty^2}{\infty^2} = 3$

$R_f = (-\infty, -4] \cup (3, +\infty)$

مخرج می تواند صفر شود ولی باید خارج این ۲ عدد باشد $\longleftarrow$

۵-

$y = \dfrac{2\sin x - 1}{\sin x + 3} \qquad y\sin x + 3y = 2\sin x - 1 \qquad y\sin x - 2\sin x = -3y - 1 \qquad \sin x(y-2) = -3y-1$

$\sin x = \dfrac{-3y-1}{y-2} \qquad -1 \leq \dfrac{-3y-1}{y-2} \leq 1$

$\dfrac{-3y-1}{y-2} \leq 1 \xrightarrow{\text{جهت برمی گردد}} -3y-1 \geq y-2 \qquad 4y \leq 1 \qquad y \leq \frac{1}{4}$

$-1 \leq \dfrac{-3y-1}{y-2} \xrightarrow{\text{جهت برمی گردد}} 2-y \geq -3y-1 \qquad 2y \geq -3 \qquad y \geq -\frac{3}{2} \qquad R_f = \left[-\frac{3}{2}, \frac{1}{4}\right]$

و بالا روش ۲ تا در

$\dfrac{2-1}{1+3} = \dfrac{1}{4} \qquad \dfrac{-2-1}{-1+3} = -\dfrac{3}{2}$

مخرج قابلیت صفر شدن ندارد $\longrightarrow R_f = \left[-\frac{3}{2}, \frac{1}{4}\right]$

۶-

$f(x) = \dfrac{x^2 - x + \frac{1}{4}}{x^2 - x + 1}$

$x^2 - x + 1 \neq 0 \longrightarrow$ این شرط همواره برقرار است

$\Delta = 1 - 4(1) < 0,\ a > 0 \longrightarrow$ همواره + $\Longrightarrow D_f = R$

$yx^2 - yx + \cancel{1}\,y = x^2 - x + \frac{1}{4}$

$\alpha \quad (y-1)x^2 + (1-y)x + \frac{3}{4} = 0 \qquad \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \dfrac{y-1 \pm \sqrt{(1-y)^2 - 3(y-1)}}{2y-2}$

$\dfrac{y-1 \pm \sqrt{y^2 - 2y + 1 - 3y + 3}}{2y-2} = \dfrac{y-1 \pm \sqrt{y^2 - 5y + 4}}{2y-2}$

① $2y - 2 \neq 0 \quad y \neq 1$

② $y^2 - 5y + 4 \geq 0 \qquad (y-1)(y-4) \geq 0$

	1		4	
+	0	−	0	+

①∪② $\rightarrow R_f = (-\infty, 1) \cup [4, +\infty)$

$x^2 - x = t \rightarrow \dfrac{t + \frac{1}{4}}{t+1}$ max: $+\infty \to 1$, min: $-\frac{1}{4} \to 0$ $\Big\}\ R_f = [0, 1)$

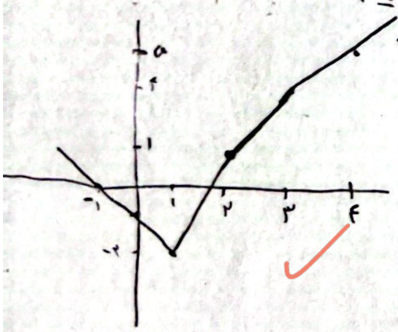
۷-

$y = |2x-2| - |x-3|$

$x < 1 \qquad 2 - 2x - (3 - x) = 2 - 2x - 3 + x = -x - 1$

$1 \leq x \leq 3 \qquad 2x - 2 - (3 - x) = 2x - 2 - 3 + x = 3x - 5$

$x > 3 \qquad 2x - 2 - (x - 3) = 2x - 2 - x + 3 = x + 1$



$R_f = [-2, +\infty)$

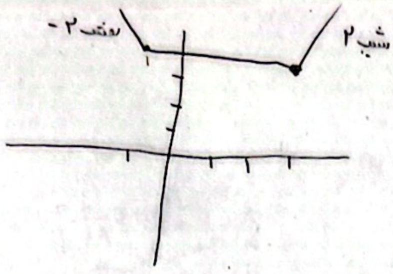
-۷

$y=|x-3|+|x+1|$ تابع گلدانی

$\downarrow 3 \quad \downarrow -1$

$x=3 \to y=4$

$x=-1 \to y=4$



$R_f=[4,+\infty)$

-۸

$|x-2|-|2x+2|\le 1$

$\downarrow 2 \quad \downarrow -1$

$x<-1$: $2-x-(-2x-2)$; $2-x+2x+2=x+4\le 1$; $\boxed{x\le -3}$

$-1\le x\le 2$: $x-2-(-2x-2)$; $x-2+2x+2=3x\le 1$; $\boxed{x\le \frac{1}{3}}$

$x\ge 2$: $x-2-2x-2$; $-x-4\le 1$; $\boxed{-5\le x}$

$(-\infty,-3]\cup[-1,\frac{1}{3}]\cup[2,+\infty)$

۲

$\leftrightarrow x\in(-\infty,-3]\cup[-\frac{1}{3},+\infty)$

-۹ ۱,۲۵

۵۱۵

$y=[x]+[-x]+3$

$x=-2$: $-2+2+3=\boxed{3}$

$-2<x<-1$: $-2+1+3=\boxed{2}$

$-1\le x<0$: $-1+0+3=\boxed{2}$

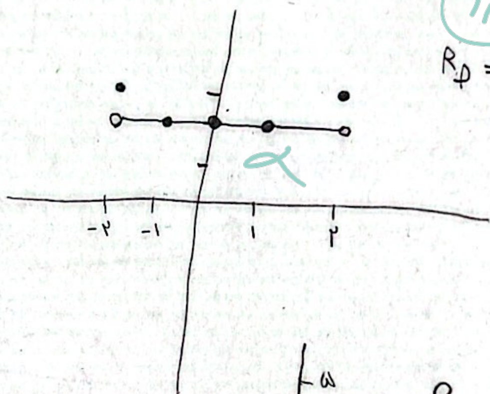
$0\le x<1$: $0+(-1)+3=\boxed{2}$

$1\le x<2$: $1+(-2)+3=\boxed{2}$

$x=2$: $2+(-2)+3=\boxed{3}$

این تابع را می شناسید

← ۳ تا بالاتر



$R_f=\{2,3\}$

۹۱۷۵

$y=3x-[x]$

$x=-2$: $3x-(-2)$; $3x+2$

$-2<x<-1$: $3x-(-2)$; $3x+2$

$-1\le x<0$: $3x-(-1)$; $3x+1$

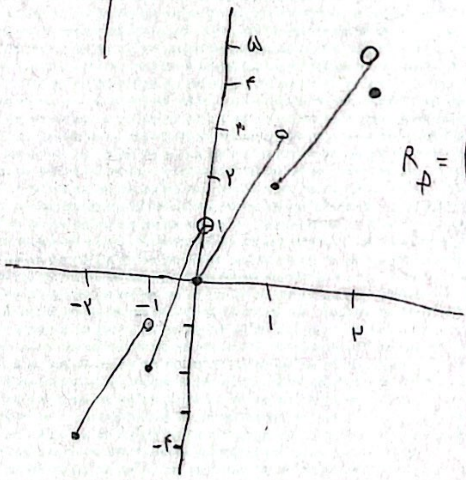
$0\le x<1$: $3x-0$; $3x$

$1\le x<2$: $3x-1$; $3x-1$

$x=2$: $3x-2$; $3x-2$

فقط بازه $[-2,2]$

$[-4,5)$



$R_f=[-4,+\infty)$

-۱۰

$y=\sin^2x-\sin x+1$

$\sin x=1 \to 1-1+1=1$

$\sin x=-1$: $1-(-1)+1=1+2=3$

$\sin x=\frac{-b}{2a}=\frac{1}{2}$: $\frac{1}{4}-\frac{2}{4}+1=\frac{3}{4}$

$R_f=[\frac{3}{4},3]$

۲

$y=\sin^4x+\sin^2x+1$

$\sin^2x=1 \to 1+1+1=3$

$\sin^2x=0 \to 0+0+1=1$

$\sin^2x=\frac{-b}{2a}=\frac{-1}{2}$ غ ق ق

$R_f=[1,3]$