ملیکا دهقانی / دوازدهم دختر A — به نام خدا — تکلیف ۳

۲۰ — ۲

① $y = \dfrac{x^2+x+2}{x-1} \rightarrow yx - y = x^2+x+2 \rightarrow x^2+x-yx+2+y=0$

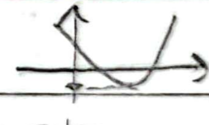
$\rightarrow x^2+(1-y)x+(y+2)=0 \Rightarrow x = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \rightarrow \Delta \geq 0$

$\Rightarrow \Delta = b^2-4ac \rightarrow (1-y)^2-4(y+2) = y^2-2y+1-4y-8 \geq 0$

$\rightarrow y^2-6y-7 \geq 0 \rightarrow (y-7)(y+1) \geq 0$ — -1, 7: $+ \ 0 \ - \ 0 \ +$

$\rightarrow R_f = (-\infty,-1] \cup [7,+\infty)$ جواب

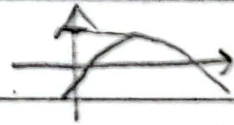
② الف) $y = \overset{a}{2}x^2 - 5x + 1$ با رسم شکل $\rightarrow a>0 \rightarrow min = \dfrac{-\Delta}{4a}$



$\dfrac{-\Delta}{4a} = \dfrac{-b^2+4ac}{4a} = \dfrac{-25+8}{8} = \dfrac{-17}{8} \rightarrow R_f = [-\frac{17}{8}, +\infty)$

۲

ب) $y = \sqrt{-x^2+6x-5} \rightarrow a<0 \rightarrow max = \dfrac{-\Delta}{4a}$



$\dfrac{-\Delta}{4a} = \dfrac{-36+20}{-4} = 4 \rightarrow \sqrt{(-\infty,4]}$ با اعمال رادیکال $\rightarrow [0,2] \in R_f$

SUBJECT:

Year: Month: Day: Page: ( )

2.) $y = \sqrt{x^7 - 3x^3 + 4x + 1}$ هرگاه معادله‌ای داشته باشیم که بیشترین درجه‌اش فرد است پس برد تابع R است

$\mathbb{R}$ $\xrightarrow{\text{اعمال رادیکال}}$ $\sqrt{\mathbb{R}} = [0, +\infty) = R_f \to 1$

2) $\log(x^5 - 6x^3 + 7x + 4)$ هرگاه معادله‌ای داشته باشیم که بیشترین توان آن فرد باشد پس برد تابع R است!

$\mathbb{R}$

$x^5 - 6x^3 + 7x + 4 > 0 \longrightarrow (-\infty, +\infty) = R_f \to 2$

3

الف) $y = \dfrac{3x+1}{2x-6}$ $\xrightarrow{\frac{a}{c} \neq \frac{b}{d}}$ $2yx - 6y = 3x + 1$

$\to 2yx - 3x = 6y + 1 \longrightarrow x(2y - 3) = 6y + 1 \longrightarrow x = \dfrac{6y+1}{2y-3}$

$R_f = \mathbb{R} - \{\text{ریشه مخرج}\} \to R_f = \mathbb{R} - \{\frac{3}{2}\} \to 1$

ب) $\sqrt{\dfrac{4x+1}{x-2}} = y$ $\xrightarrow{\frac{a}{c} \neq \frac{b}{d}}$ (I) $y^2 = \dfrac{4x+1}{x-2} \to y^2x - 2y^2 = 4x + 1$

$\to y^2x - 4x = 2y^2 + 1 \longrightarrow x(y^2 - 4) = 2y^2 + 1 \to x = \dfrac{2y^2+1}{y^2-4}$

(II) $y \geq 0$ $\xrightarrow{\text{I} \cap \text{II}}$ $[0, +\infty) - \{\pm 2\} = R_f$

ج) $y = \dfrac{x^2+4}{\sqrt{x^2+3}} \to \dfrac{x^2+3+1}{\sqrt{x^2+3}} = \underbrace{\sqrt{x^2+3}}_{a} + \dfrac{1}{\underbrace{\sqrt{x^2+3}}_{a}} \Rightarrow a > 0$

$\text{min}(x=0) \to \sqrt{3} + \dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{4}{\sqrt{3}} \times \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \dfrac{4\sqrt{3}}{3} \Longrightarrow R_f = [\frac{4\sqrt{3}}{3}, +\infty)$

د) $y = x^2 + \dfrac{1}{x^2+4} \longrightarrow (\underbrace{x^2+4}_{a} + \dfrac{1}{\underbrace{x^2+4}_{a}}) - 4 \longrightarrow a > 0$

$\text{min}(x=0) \to 4 + \frac{1}{4} - 4 = \frac{1}{4} \longrightarrow R_f = [\frac{1}{4}, +\infty)$

Page : (   )

SUBJECT

Year: Month: Day:

۱۰

٤) $y = \frac{3x^2+4}{x^2-1}$ روش اصلی $\rightarrow yx^2 - y = 3x^2+4 \rightarrow yx^2 - 3x^2 = 4+y$

$\rightarrow x^2(y-3) = 4+y \rightarrow x^2 = \frac{y+4}{y-3} \rightarrow$ (I) $y-3 \neq 0 \rightarrow y \neq 3$

(II) $\frac{y+4}{y-3} \geq 0 \rightarrow$ $\frac{-4 \quad 3}{+ \quad - \quad +}$ (I) $\cap$ (II) $R_f = (-\infty, -4] \cup (3, +\infty)$

$y = \frac{3x^2+4}{x^2-1}$ روش تکنیکی $\rightarrow 0 \leq x^2 \rightarrow$ [x^2 بین ۰ و $+\infty$ است!]

$x=0 \rightarrow y = \frac{-4}{1} = -4$ و $\xrightarrow{x=+\infty} \frac{3}{1} = 3 = y$

چون x^2-1 ریشه دارد پس باید برد این تابع خارج از این ۲ عدد باشد.

$R_f = (-\infty, -4] \cup (3, +\infty) \rightarrow$ ۲

---

۵) $y = \frac{2\sin x - 1}{\sin x + 3}$ روش اصلی $\rightarrow y\sin x + 3y = 2\sin x - 1$

$\rightarrow y\sin x - 2\sin x = -3y - 1 \rightarrow \sin x(y-2) = -3y-1$

۲

$\rightarrow \sin x = \frac{3y+1}{2-y} \xrightarrow{-1 \leq \sin x \leq 1} -1 \leq \frac{3y+1}{2-y} \leq +1$

(I) $0 \leq \frac{3y+1+2-y}{2-y} \rightarrow 0 \leq \frac{2y+3}{2-y} \rightarrow$ $\frac{-\frac{3}{2} \quad 2}{- \quad + \quad -}$

(II) $\frac{3y+1-2+y}{2-y} \leq 0 \rightarrow \frac{4y-1}{2-y} \leq 0 \rightarrow$ $\frac{\frac{1}{4} \quad 2}{- \quad + \quad -}$

$\cap \Rightarrow [-\frac{3}{2}, \frac{1}{4}]$

$\rightarrow R_f = [-\frac{3}{2}, \frac{1}{4}] \rightarrow$ ۲

SUBJECT

Year: Month: Day:

$y = \frac{2\sin x - 1}{\sin x + 3}$ (برد تابع) → sinx بین ۱- و ۱ است!

$\sin x = -1 \to \frac{-2-1}{-1+3} = -\frac{3}{2}$ و $\sin x = 1 \to \frac{2-1}{1+3} = \frac{1}{4}$

چون ریشه مخرج ۳- = sinx که است و چنین چیزی ناممکن است پس مخرج ریشه ندارد!

$R_f = [-\frac{3}{2}, \frac{1}{4}]$ → ۲

$f(x) = \frac{x^2 - x + \frac{1}{4}}{x^2 - x + 1}$ → $\Delta = 1 - 4 \to \Delta < 0$ → ریشه مخرج ندارد!

I) $D_f \Rightarrow \mathbb{R} - \{\text{ریشه مخرج}\} \to D_f = \mathbb{R}$ → ۲

II) $R_f \Rightarrow y = \frac{x^2 - x + \frac{1}{4}}{x^2 - x + 1} \to yx^2 - yx + y = x^2 - x + \frac{1}{4}$

$\to (y-1)x^2 + (1-y)x + (y - \frac{1}{4}) = 0$, $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \to \Delta \geq 0$

$\to \Delta = 1 + y^2 - 2y - 4(y^2 - \frac{5}{4}y + \frac{1}{4}) = y^2 - 2y + 1 - 4y^2 + 5y - 1 \geq 0$

$\to -3y^2 + 3y \geq 0 \to 3y(-y+1) \geq 0$ تعیین علامت → $-\ \overset{0}{\circ}\ +\ \overset{1}{\circ}\ -$

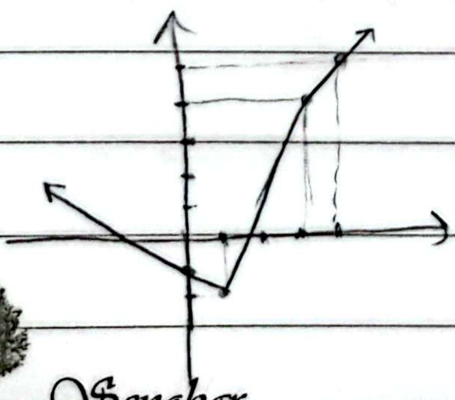
$\to [0, 1] \to$ البته این را برای زمانی است که معادله درجه ۲ باشد یعنی ضریب x^2 نباید صفر باشد. $\Rightarrow R_f = [0, 1)$ → ۲

الف) $|2x - 2| - |x - 3|$ ضابطه بندی →

$-2x+2+x-3$	$2x-2+x-3$	$2x-2-x+3$
$(-x-1)$	$(3x-5)$	$(x+1)$

(نقاط مرزی: ۱ و ۳)

مثال: $x=0 \to (-1)$ ، مثال: $x=4 \to (5)$



$R_f = [-2, +\infty)$ → ۲

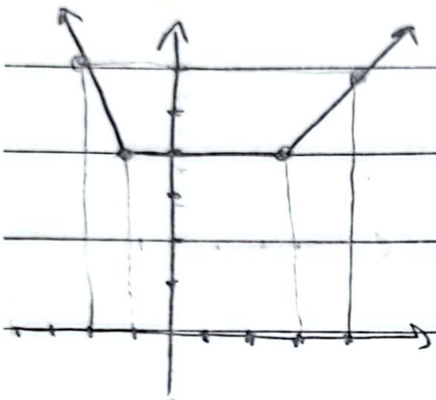
Senobar

تابع گلدونی!

ب) $y = |x-3| + |x+1|$ ضابطه‌بندی

-1		3
$-x+3-x-1$	$-x+3+x+1$	$x-3+x+1$
$-2x+2$	4	$2x-2$

ملاک: $x=-1 \to 4$ ملاک: $x=3 \to 4$



$R_f = [4, +\infty)$ → ۲

۸) $|x-2| - |2x+2| \le 1$ ۲

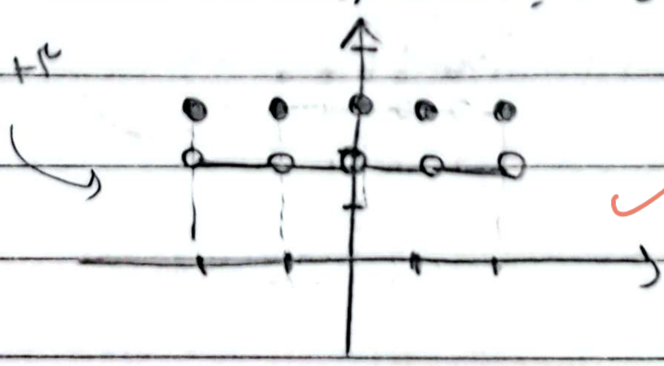
ضابطه‌بندی: -1 ، 2

$x<-1$	$-1 \le x \le 2$	$x>2$
$-x+2+2x+2 \le 1$	$-x+2-2x-2 \le 1$	$x-2-2x-2 \le 1$
$x+4 \le 1$	$-3x \le +1$	$-x-4 \le 1$
$x \le -3$	$x \ge -\frac{1}{3}$	$x \ge -5$
$x<-1 \cap$ → $x \le -3$	$[-1,2] \cap$ → $-\frac{1}{3} \le x \le 2$	$x \ge 2 \cap$ → $x \ge 2$

$\cup$ → $(-\infty, -3] \cup [-\frac{1}{3}, +\infty)$ → ۲

۹) الف) $y = [x] + [3-x]$ اعداد صحیح کارایی بیرون آمدن از براکت را دارند! ۲

$\to y = [x] + [-x] + 3$



SUBJECT

Year: Month: Day:

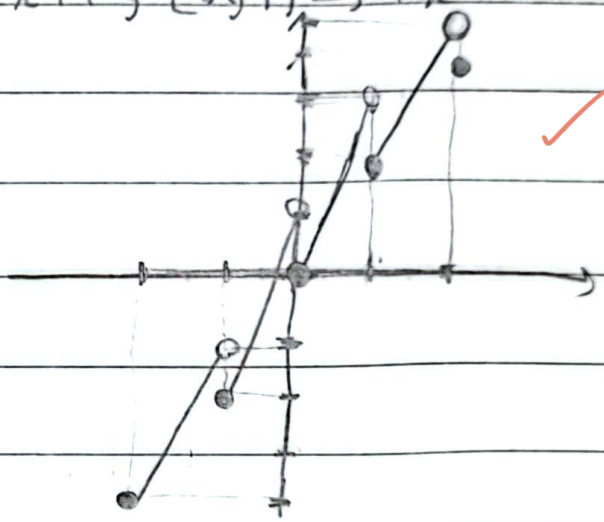
Page : ( )

ب) $y = 2x - [x]$

$[-2,-1) \to 2x+2$ و $[-1,0) \to 2x+1$ و $[0,1) \to 2x$

$[1,2) \to 2x+1$ و $\{2\} \to 4$

$Rf = [-2,0) \cup \{4\}$



الف) $y = \sin^2 x - \sin x + 1 \quad \to -1 \le \sin x \le 1$ (۹) (۱۵)

$\sin x$ = min $\to -1 \to 1+1+1 = 3$

max $\to 1 \to 1-1+1 = 1$

$\frac{-b}{2a} \to \frac{+1}{2}$ ق ق $\to \frac{1}{4} - \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{4}$

$\to Rf = [\frac{3}{4}, 3] \to ?$

ب) $y = \sin^4 x + \sin^2 x + 1 \quad \to 0 \le \sin^2 x \le 1$

$\sin^2 x$ = min $\to 0 \to 0+0+1 = 1$

max $\to 1 \to 1+1+1 = 3$

$\frac{-b}{2a} \to \frac{-1}{2}$ ق ق غ

$\to Rf = [1,3] \to ?$