تکلیف ۳:   به نام خدا   ملیکا دهقانی / دوازدهم دختر A

①
$y = \frac{x^2+x+2}{x-1} \rightarrow yx - y = x^2+x+2 \rightarrow x^2 + x - yx + 2 + y = 0$

$\rightarrow x^2 + (1-y)x + (y+2) = 0 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \rightarrow \Delta \geq 0$

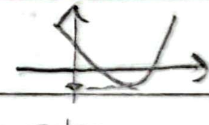
$\Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac \rightarrow (1-y)^2 - 4(y+2) = y^2 - 2y + 1 - 4y - 8 \geq 0$

$\rightarrow y^2 - 6y - 7 \geq 0 \rightarrow (y-7)(y+1) \geq 0$ 　 $\frac{-1 \quad\quad 7}{+ \; 0 \; - \; 0 \; +}$

$\rightarrow R_f = (-\infty, -1] \cup [7, +\infty)$ جواب

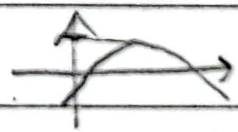
---

②
الف) $y = \overset{a}{2}x^2 - 5x + 1 \xrightarrow{\text{با رسم شکل}} a > 0 \rightarrow min = \frac{-\Delta}{4a}$



$\frac{-\Delta}{4a} = \frac{-b^2+4ac}{4a} = \frac{-25+8}{8} = \frac{-17}{8} \longrightarrow R_f = [-\frac{17}{8}, +\infty)$

ب) $y = \sqrt{-x^2+6x-5} \Longrightarrow a < 0 \rightarrow max = \frac{-\Delta}{4a}$



$\frac{-\Delta}{4a} = \frac{-36+20}{-4} = 4 \longrightarrow \sqrt{(-\infty, 4]} \xrightarrow[\text{رادیکال}]{\text{با اعمال}} [0, 2] \in R_f$

۲.) $y=\sqrt{\underbrace{x^7-3x^3+4x+1}}$ هرگاه معادله‌ای داشته باشیم که بیشترین درجه‌اش فرد است پس برد تابع R است

$\mathbb{R}$ $\xrightarrow{\text{اعمال رادیکال}}$ $\sqrt{\mathbb{R}}=[0,+\infty)=R_f$ → ۱

ب) $\log(\underbrace{x^5-6x^3+7x+4}_{\mathbb{R}})$ هرگاه معادله‌ای داشته باشیم که بیشترین توان آن فرد باشد پس برد تابع R است!

$x^5-6x^3+7x+4>0 \longrightarrow (-\infty,+\infty)=R_f$ → ۲

۳

الف) $y=\frac{3x+1}{2x-6}$ $\xrightarrow{\frac{a}{c}\neq\frac{b}{d}}$ $2yx-6y=3x+1$

$\rightarrow 2yx-3x=6y+1 \longrightarrow x(2y-3)=6y+1 \longrightarrow x=\frac{6y+1}{2y-3}$

$R_f=\mathbb{R}-\{\text{ریشه مخرج}\} \rightarrow R_f=\mathbb{R}-\{\frac{3}{2}\}$ → ۱

ب) $\sqrt{\frac{4x+1}{x-2}}=y$ $\xrightarrow{\frac{a}{c}\neq\frac{b}{d}}$ (I) $y^2=\frac{4x+1}{x-2} \rightarrow y^2x-2y^2=4x+1$

$\rightarrow y^2x-4x=2y^2+1 \longrightarrow x(y^2-4)=2y^2+1 \rightarrow x=\frac{2y^2+1}{y^2-4}$

(II) $y\geq 0$ $\xrightarrow{I\cap II}$ $[0,+\infty)-\{\pm 2\}=R_f$

۲.) $y=\frac{x^2+4}{\sqrt{x^2+3}} \rightarrow \frac{x^2+3+1}{\sqrt{x^2+3}} = \underbrace{\sqrt{x^2+3}}_{a}+\frac{1}{\underbrace{\sqrt{x^2+3}}_{a}} \rightarrow a>0$

* $\min(x=0) \rightarrow \sqrt{3}+\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{4}{\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\frac{4\sqrt{3}}{3} \Rightarrow R_f=[\frac{4\sqrt{3}}{3},+\infty)$

→) $y=x^2+\frac{1}{x^2+4} \longrightarrow (\underbrace{x^2+4}_{a}+\frac{1}{\underbrace{x^2+4}_{a}})-4 \longrightarrow a>0$

* $\min(x=0) \rightarrow 4+\frac{1}{4}-4=\frac{1}{4}$ → $R_f=[\frac{1}{4},+\infty)$

Senobar

(۴) $y=\frac{3x^2+4}{x^2-1}$ روش اصلی $\longrightarrow yx^2-y=3x^2+4 \longrightarrow yx^2-3x^2=4+y$

$\longrightarrow x^2(y-3)=4+y \longrightarrow x^2=\frac{y+4}{y-3} \longrightarrow$ (I) $y-3\neq 0 \to y\neq 3$

(II) $\frac{y+4}{y-3}\geq 0 \longrightarrow$ $\begin{matrix} & -4 & & 3 & \\ + & \bullet & - & \circ & + \end{matrix}$ (I) $\cap$ (II) $\to R_f=(-\infty,-4]\cup(3,+\infty)$ گ۲

$y=\frac{3x^2+4}{x^2-1}$ روش تکنیکی $\longrightarrow 0\leq x^2 \to$ * برد $x^2 \Leftarrow$ ۰ و $+\infty$ است!

$\xrightarrow{x=0} y=\frac{-4}{1}=\boxed{-4}$ و $\xrightarrow{x=+\infty} \frac{3}{1}=\boxed{3=y}$

چون x^2-1 ریشه دارد پس باید برد این تابع خارج از این ۲ عدد باشد.

$R_f=(-\infty,-4]\cup(3,+\infty)$ → گ۲

---

(۵) $y=\frac{2\sin x-1}{\sin x+3}$ روش اصلی $\longrightarrow y\sin x+3y=2\sin x-1$

$\longrightarrow y\sin x-2\sin x=-3y-1 \longrightarrow \sin x(y-2)=-3y-1$

$\longrightarrow \sin x=\frac{3y+1}{2-y} \xrightarrow{-1\leq \sin x\leq 1} -1\leq\frac{3y+1}{2-y}\leq +1$

(I) $0\leq\frac{3y+1+2-y}{2-y} \longrightarrow 0\leq\frac{2y+3}{2-y} \longrightarrow$ $\begin{matrix} & -\frac{3}{2} & & 2 & \\ - & \bullet & + & \circ & - \end{matrix}$ $\Bigg\}\ \cap \Rightarrow [-\frac{3}{2},\frac{1}{4}]$

(II) $\frac{3y+1-2+y}{2-y}\leq 0 \longrightarrow \frac{4y-1}{2-y}\leq 0 \longrightarrow$ $\begin{matrix} & \frac{1}{4} & & 2 & \\ - & \bullet & + & \circ & - \end{matrix}$

$\longrightarrow R_f=[-\frac{3}{2},\frac{1}{4}] \longrightarrow$ گ۲

SUBJECT

Year: Month: Day: Page : ( )

$y = \frac{2\sin x - 1}{\sin x + 3}$ دو دو تکه‌ای → **sin x بین ۱- و ۱ است!**

$\sin x = -1 \to \frac{-2-1}{-1+3} = -\frac{3}{2}$ و $\sin x = 1 \to \frac{2-1}{1+3} = \frac{1}{4}$

چون ریشه مخرج $\sin x = -3$ است و چنین چیزی غیرممکن است پس مخرج ریشه ندارد!

$R_f = [-\frac{3}{2}, \frac{1}{4}]$ → 2.

---

(4) $f(x) = \frac{x^2 - x + \frac{1}{4}}{x^2 - x + 1}$ → $\Delta = 1 - 4 \to \Delta < 0$ → ریشه مخرج ندارد!

I) $D_f \Rightarrow \mathbb{R} - \{$ریشه مخرج$\} \to D_f = \mathbb{R}$ → 1.

II) $R_f \Rightarrow y = \frac{x^2 - x + \frac{1}{4}}{x^2 - x + 1} \to yx^2 - yx + y = x^2 - x + \frac{1}{4}$

$\to (y-1)x^2 + (1-y)x + (y - \frac{1}{4}) = 0$ $\xrightarrow{x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}} \Delta \geq 0$

$\to \Delta = 1 + y^2 - 2y - 4(y^2 - \frac{5}{4}y + \frac{1}{4}) = y^2 - 2y + 1 - 4y^2 + 5y - 1 \geq 0$

$\to -3y^2 + 3y \geq 0 \to 3y(-y+1) \geq 0$ تعیین علامت →

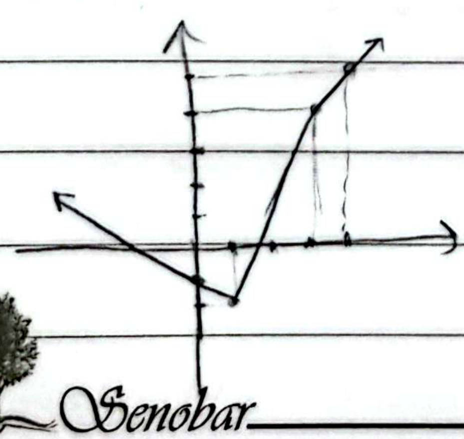
	0		1	
−		+		−

$\to [0, 1] \to$ البته این را برای زمانی است که معادله درجه ۲ باشد یعنی ضریب x^2 نباید صفر باشد. $\Rightarrow R_f = [0, 1)$ → 2

الف) $|2x - 2| - |x - 3|$ ضابطه بندی →

	1		3	
$-2x+2+x-3$		$2x-2+x-3$		$2x-2-x+3$
$-x-1$		$3x-5$		$x+1$

مثال: $x=0 \to -1$ مثال: $x=4 \to 5$



$R_f = [-2, +\infty)$ → 1

Senobar

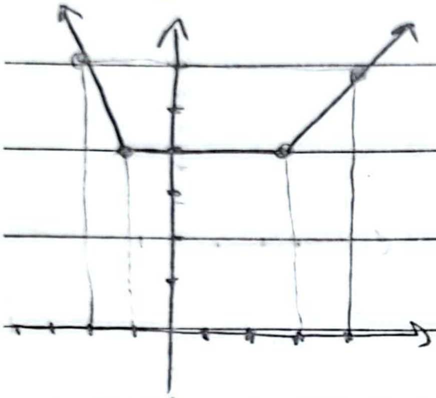
تابع گلدونی !

ب) $y = |x-3| + |x+1|$

ضابطه‌بندی

$x < -1$	$-1 \le x \le 3$	$x > 3$
$-x+3-x-1$	$-x+3+x+1$	$x-3+x+1$
$-2x+2$	4	$2x-2$

در $x=-1 \to (4)$　　　در $x=4 \to (6)$



$R_f = [4, +\infty)$ → ۲

⑧ $|x-2| - |2x+2| \le 1$

ضابطه‌بندی

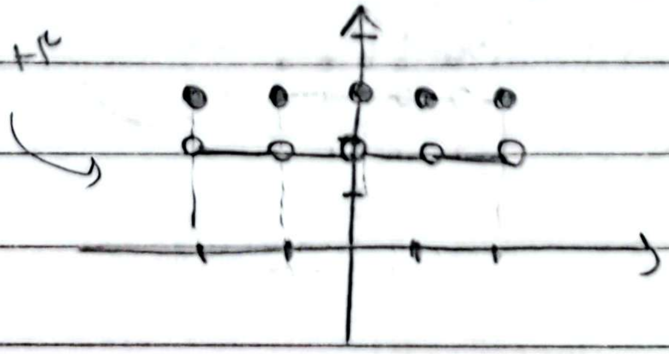
$x < -1$	$-1 \le x \le 2$	$x > 2$
$-x+2+2x+2 \le 1$	$-x+2-2x-2 \le 1$	$x-2-2x-2 \le 1$
$x+4 \le 1$	$-3x \le +1$	$-x-4 \le 1$
$x \le -3$	$x \ge -\frac{1}{3}$	$x \ge -5$
$\cap\ x<-1$	$\cap\ [-1,2]$	$\cap\ x>2$
$x \le -3$	$-\frac{1}{3} \le x \le 2$	$x > 2$

$\cup$

$(-\infty, -3] \cup [-\frac{1}{3}, +\infty)$ → ۲

⑨ الف) $y = [x] + [3-x]$　　　← اعداد صحیح کارایی بیرون آمدن از براکت را دارند!

$\to y = [x] + [-x] + 3$



SUBJECT

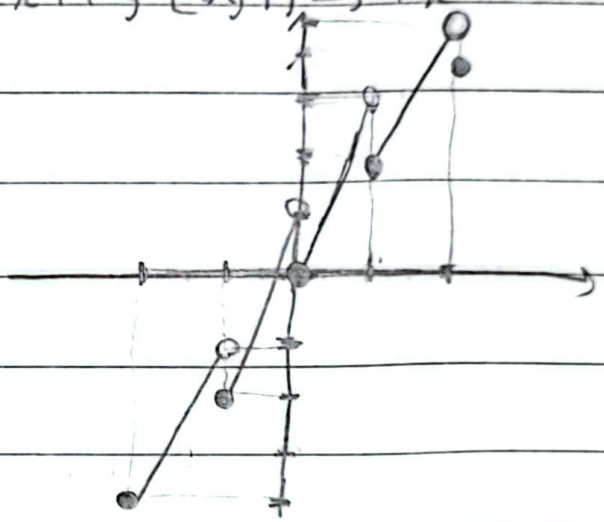
Year: Month: Day:

Page : ( )

ب) $y = 2x - [x]$

$[-2,-1) \to 2x+2$ و $[-1,0) \to 3x+1$ و $[0,1) \to 2x$

$[1,2) \to 2x+1$ و $\{2\} \to 4$



ب) $y = \sin^2 x - \sin x + 1 \longrightarrow -1 \leq \sin x \leq 1$ (10)

$\sin x$ min $\to -1 \longrightarrow 1+1+1 = 3$

$\sin x$ max $\to 1 \longrightarrow 1-1+1 = 1$

$\sin x$ $-\frac{b}{2a} \to \frac{+1}{2}$ قبول $\to \frac{1}{4} - \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{4}$

$\to R_f = [\frac{3}{4}, 3]$

ب) $y = \sin^4 x + \sin^2 x + 1 \longrightarrow 0 \leq \sin^2 x \leq 1$

$\sin^2 x$ min $\to 0 \longrightarrow 0+0+1 = 1$

$\sin^2 x$ max $\to 1 \longrightarrow 1+1+1 = 3$

$\sin^2 x$ $-\frac{b}{2a} \to \frac{-1}{2}$ قبول نیست

$\to R_f = [1, 3]$