

$$y = \frac{x^2 + x + 1}{x - 1} \quad yx - y = x^2 + x + 1 \rightarrow x^2 + (1 - y)x + (1 + y) = 0$$

$$\rightarrow x = \frac{(-1 + y) \pm \sqrt{(1 - y)^2 - 4(1 + y)}}{2} \rightarrow y^2 - 4y + 1 - 4 - 4y \geq 0$$

$$y^2 - 4y - 3 \geq 0 \rightarrow (y - 3)(y + 1) \geq 0$$

$$\rightarrow \frac{-1 \pm \sqrt{16}}{2} \quad R_f = (-\infty, -1] \cup [3, +\infty)$$

الف) $y = 2x^2 - 5x + 1 \rightarrow$ تابع $\min$ دار $\rightarrow R_f = [y_{\min}, +\infty)$

$$\frac{ext}{min} \left| \begin{array}{l} -\frac{b}{2a} = \frac{5}{4} \\ 2x \cdot \frac{5}{4} - 5x \cdot \frac{5}{4} + 1 = -\frac{25}{8} + \frac{1}{1} = -\frac{19}{8} \end{array} \right. \quad R_f = [-\frac{19}{8}, +\infty)$$

ب) $y = \sqrt{-x^2 + 4x - 5}$

تابع $\max$ دار $\rightarrow R_f = (-\infty, y_{\max}] \rightarrow \max \left| \begin{array}{l} -\frac{b}{2a} = \frac{-4}{-2} = 2 \\ -9 + 18 - 5 = 4 \end{array} \right. \rightarrow R_f = [0, 2]$

منفی ها تقریباً صفر و اولی
تقریباً صفر باشد

ج) $y = \sqrt{x^2 - 3x^2 + 4x + 1}$
 $R_f = \mathbb{R} \leftarrow$ درجه فرد

$\rightarrow R_f = \sqrt{\mathbb{R}} \Rightarrow R_f = [0, +\infty)$
منفی ها تقریباً صفر و اولی
تقریباً صفر باشد

د) $\log(x^3 - 4x^2 + 5x + 4)$
 $R_f = \mathbb{R}$ درجه فرد

$\rightarrow R_f = (-\infty, +\infty)$

اما چون در اینجا $\log$ می گیریم
باید اعدادی داشته باشیم که از
صفر بزرگتر یا مساوی باشند
برای R

الف) $y = \frac{3x + 1}{2x - 4}$ (تابع هورافیک) $\rightarrow y = \frac{ax + b}{cx + d}$
 $\rightarrow R_f = \mathbb{R} - \left\{ \frac{a}{c} \right\}$
 $\Rightarrow R_f = \mathbb{R} - \left\{ \frac{3}{2} \right\}$
* و سارمنش

ب) $y = \sqrt{\frac{x + 1}{x - 2}}$ (تابع تقریف) $R_f = \sqrt{\mathbb{R} - \left\{ \frac{1}{2} \right\}} \rightarrow R_f = [0, +\infty) - \left\{ \frac{1}{2} \right\}$

ج) $y = \frac{x^2 + x^3 + 1}{\sqrt{x^2 + 3}} = \sqrt{x^2 + 3} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + 3}}$ جمع عددی $\oplus$ و محاسبات آن $x \in [29 + \infty)$ و می توان از صورتی که بتواند برآید استوار

$x=0 \rightarrow \frac{3}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}}$

$R_f = [\frac{4}{\sqrt{3}}, 9 + \infty)$

در غیر این صورت بهترین مقدار ممکن از آن است (x=0) می باشد درست می گوئیم

د) $y = \frac{x^2 + 1}{x^2 + 4} - 4$

مقتضای قسمة $R_f = [29 + \infty) \rightarrow x=0 \rightarrow 4 + \frac{1}{4} = \frac{17}{4} \rightarrow R_f = [\frac{17}{4}, 9 + \infty) \rightarrow$

$\frac{17}{4} < f(x) \rightarrow \frac{17}{4} - 4 < f(x) \rightarrow R_f = [\frac{1}{4}, 9 + \infty)$

$y = \frac{3x^2 + 4}{x^2 - 1} \rightarrow yx^2 - y = 3x^2 + 4 \rightarrow (y-3)x^2 + (-y-4) = 0$

$x = \frac{\pm \sqrt{-4(y-3)(-y-4)}}{2(y-3)} = \frac{-4 \pm 4\sqrt{(y-3)(y+4)}}{2(y-3)}$

$R_f = (-\infty, -4] \cup (3, +\infty)$

باتوجه به $\frac{3x^2 + 4}{x^2 - 1}$ بیشترین مقدار $\frac{3(\infty) + 4}{\infty - 1} = 3$

کمترین مقدار $\frac{3(0) + 4}{0 - 1} = -4$

$\rightarrow R_f = (-\infty, -4] \cup (3, +\infty)$

روش اصلی $y = \frac{2 \sin x - 1}{\sin x + 3} \rightarrow y \sin x + 3y = 2 \sin x - 1 \rightarrow (y-2) \sin x = \frac{-3y-1}{y-2}$

$-1 < \frac{3y+1}{2-y} < 1 \rightarrow \frac{4y-1}{2-y} < 0 \rightarrow R_f = [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$

بایو پ
تذکرہ

$$\frac{2 \sin x - 1}{\sin x + 3} \quad \begin{matrix} \text{بیشترین} \\ \text{کمترین} \end{matrix} \quad \begin{matrix} \sin x = 1 \\ \sin x = -1 \end{matrix}$$

$$= \frac{2-1}{1+3} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{2(-1)-1}{-1+3} = \frac{-3}{+2}$$

خرج
صفر
نہی شور

$\left[-\frac{3}{2}, \frac{1}{4}\right]$

$f(x) = \frac{x^2 - x + \frac{1}{4}}{x^2 - x + 1}$

$D_f = \mathbb{R}$

$x^2 - x + 1 \rightarrow \Delta < 0 \rightarrow$ رشتہ ندارد

$f(x) = \frac{(x - \frac{1}{2})^2}{x^2 - x + 1}$

همواره نامنفی
همواره نامنفی

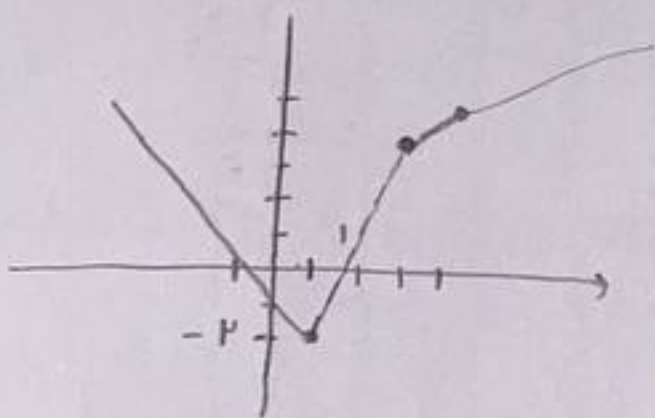
$\rightarrow R_f = [0, +\infty)$

الف) $y = |2x - 2| - |x - 3|$

$x=1 \quad x=3$

$\begin{matrix} 1 & 3 \\ -2x+2 & x-3 \\ -x-1 & x+1 \end{matrix}$

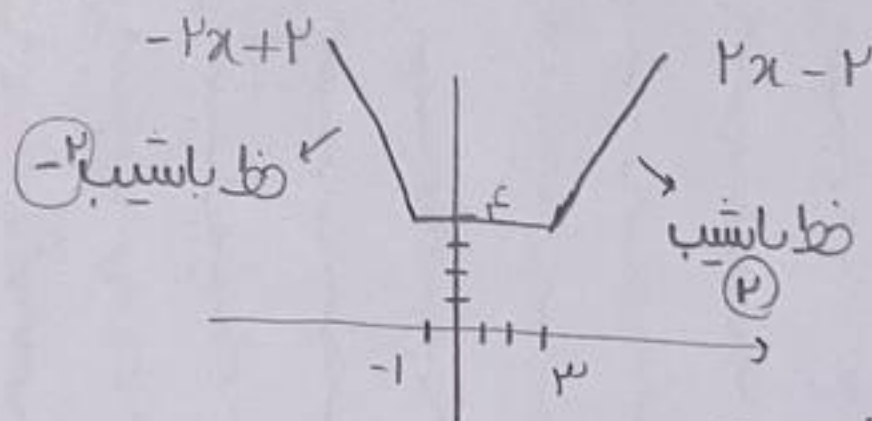
$R_f = [-2, +\infty)$



ب) $y = |x - 3| + |x + 1|$

$x=3$

$x=-1$



طردانی

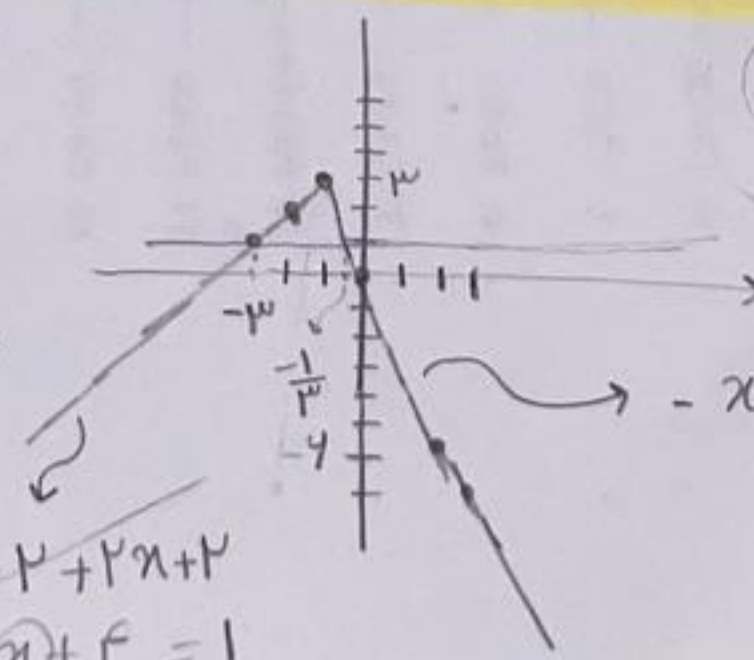
$R_f = [4, +\infty)$

$|x - 2| - |2x + 2| < 1$

$x=2 \quad x=-1$

$x=-2 \rightarrow y=4-2=2$

$x=3 \rightarrow y=1-5=-4$



$x < -3 \cup x > -\frac{1}{3}$

$D_f = (-\infty, -3] \cup [-\frac{1}{3}, +\infty)$

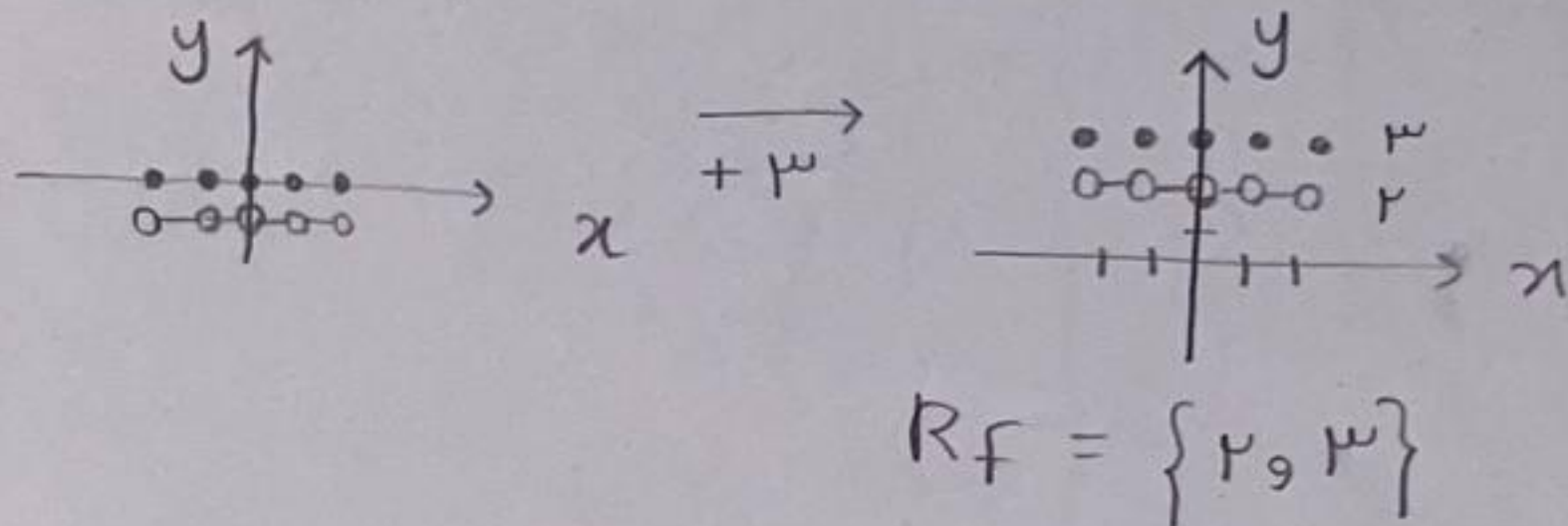
$-x+2-2x-2=-3x=1$

$x=-\frac{1}{3}$

$-x+2+2x+2=1$

$x=-1$

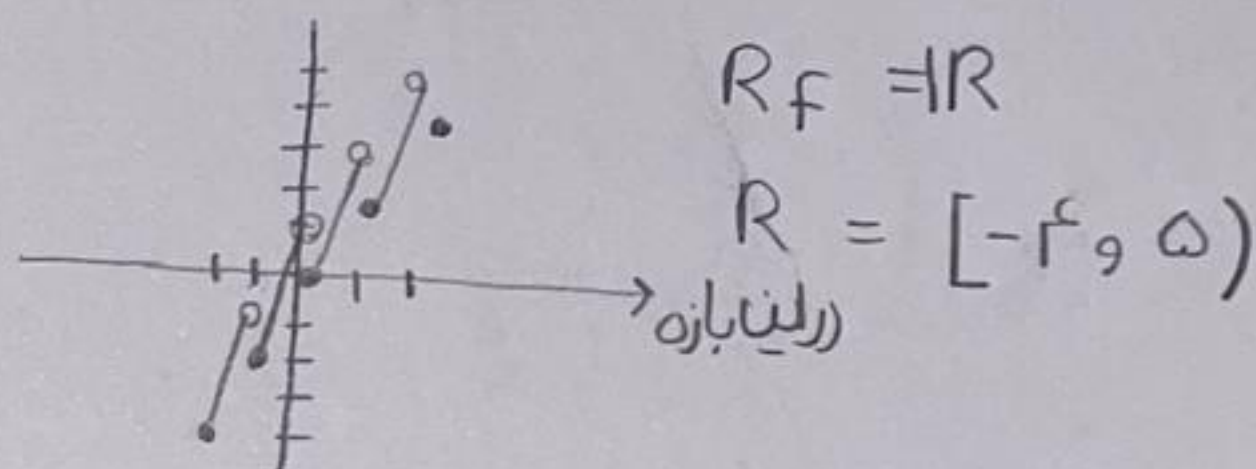
$$\text{الف) } y = [x] + [\mu - x] \rightarrow y = \underbrace{[x] + [-x]} + \mu$$



$$\text{ب) } \mu x - [x]$$

$$\begin{aligned} x \in [-2, -1) &\rightarrow \mu x + 1 \\ x \in [-1, 0) &\rightarrow \mu x + 1 \\ x \in [0, 1) &\rightarrow \mu x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x \in [1, 2) &\rightarrow \mu x - 1 \\ x = 2 &\rightarrow y = \mu \end{aligned}$$



$$\text{الف) } y = \sin^2 x - \sin x + 1 \xrightarrow{U} \sin x = 1 \rightarrow y = 1 - 1 + 1 = 1$$

$$R_f = \left[\frac{\mu}{r}, \mu \right]$$

$$\xrightarrow{U'} \sin x = -1 \rightarrow y = 1 + 1 + 1 = \mu$$

$$\xrightarrow{L} \sin x = \frac{-b}{ra} \frac{1}{r} \rightarrow y = \frac{1}{r} - \frac{1}{r} + 1 = \frac{3}{2}$$

$$\text{ب) } \sin^2 x + \sin^2 x + 1$$

$$R_f = [1, \mu]$$

$$\xrightarrow{U} \sin^2 x = 1 \rightarrow y = 1 + 1 + 1 = \mu$$

$$\xrightarrow{U'} \sin^2 x = 0 \rightarrow y = 0 + 0 + 1 = 1$$

$$\xrightarrow{L} \sin^2 x = \frac{-b}{ra}$$