

کلیف سما ۳

نام و نام خانوادگی: عین صابی ۱۹۱۵ کلاس: دوازدهم شعبه A

جواب سوال ۱

$$y = \frac{x^2 + x + 1}{x - 1} \Rightarrow yx - y = x^2 + x + 1 \rightarrow$$

$$x^2 + x(1 - y) + (1 + y) = 0 \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \rightarrow x = \frac{-(1 - y) \pm \sqrt{(1 - y)^2 - 4(1 + y)}}{2} \rightarrow \Delta \geq 0 \rightarrow$$

$$(1 - y)^2 - 4 - 4y \geq 0 \rightarrow 1 + y^2 - 2y - 4 - 4y \geq 0 \rightarrow y^2 - 6y - 3 \geq 0 \rightarrow (y - 3)(y + 1) \geq 0$$

-1	3
+	-
+	+

$$R_f = (-\infty, -1] \cup [3, +\infty)$$

الف) $y = 2x^2 - 5x + 1$ ($a > 0$)

$$R_f = [y_{\min}, +\infty)$$

$$R_f = [-\frac{17}{8}, +\infty)$$

$$\begin{cases} x_{\min} = \frac{-b}{2a} = \frac{5}{4} \\ y_{\min} = \frac{2a}{1} - \frac{25}{4} + \frac{1}{1} = -\frac{17}{4} \end{cases}$$

ب) $y = \sqrt{-x^2 + 4x - 5}$ ($a < 0$)

$$\begin{cases} x_{\max} = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{-2} = 2 \\ y_{\max} = -4 + 11 - 5 = 2 \end{cases}$$

$$R_f = \sqrt{(-\infty, 2]} = [0, 2]$$

ج) $y = \sqrt{x^2 - 4x^2 + 4x + 1}$

$$R_f = [0, +\infty)$$

بزرگترین توان ضرب است پس بدو را در نظر می گیریم و چون زیر رادیکال عدد منفی دوازده مجموعه حذف می کنیم.

د) $\log(x^2 - 4x^2 + 4x + 1) \rightarrow R_f = (-\infty, +\infty)$

(به طرز بالا)

جواب سوال ۲

عین صابی

الف) $\frac{3x+1}{2x-9}$

$R_f = 1R - \left\{ \frac{a}{c} \right\} = 1R - \left\{ \frac{1}{2} \right\}$ ✓

سوال ۳۰
✓

ب) $y = \sqrt{\frac{5x+1}{x-2}}$

$R_f = 1R - \left\{ \frac{a}{c} \right\} \xrightarrow{\text{زیر ارفاق}} [0, +\infty) - \left\{ \sqrt{\frac{a}{c}} \right\} \rightarrow [0, +\infty) - \{2\}$ ✓

ج) $y = \frac{x^2+5}{\sqrt{x^2+3}} \rightarrow y = \frac{x^2+3+2}{\sqrt{x^2+3}} \rightarrow y = \sqrt{x^2+3} + \frac{2}{\sqrt{x^2+3}}$

$\sqrt{3} + \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{5}{\sqrt{3}} \Rightarrow R_f = \left[\frac{5}{\sqrt{3}}, +\infty \right)$ ✓

← چون کمترین مقدار $\sqrt{x^2+3}$ و $\frac{2}{\sqrt{x^2+3}}$ با هم در $\sqrt{3}$ می باشد پس :

د) $y = x^2 + \frac{1}{x^2+4}$

$\xrightarrow{+4-4} y = (x^2+4) + \left(\frac{1}{x^2+4} \right) - 4$

$\rightarrow 4 + \frac{1}{4} - 4 = \frac{1}{4} \quad R_f = \left[\frac{1}{4}, +\infty \right)$ ✓

کمترین مقدار عبارت $\frac{1}{x^2+4}$ ← کمترین مقدار x^2+4 است پس به جای x^2+4 و $\frac{1}{x^2+4}$ در آنجا قرار می دهیم

$$y = \frac{ux^p + c}{x^p - 1}$$

جواب سوال ۴

۲

$$(1) \quad yx^p - y = ux^p + c \rightarrow yx^p - ux^p = y + c \rightarrow x^p(y - u) = y + c \rightarrow x^p = \frac{y + c}{y - u}$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{y + c}{y - u}}$$

$$\begin{array}{c} -u \quad u \\ + \quad | \quad - \quad | \quad + \\ 0 \quad \infty \end{array}$$

$$\rightarrow (-\infty, -c] \cup (u, +\infty) \quad \checkmark$$

روش ①

$$\frac{y \sin x - 1}{\sin x + y} \begin{cases} \text{①} \rightarrow \frac{1}{y} \\ \text{②} \rightarrow \frac{-y}{y} \end{cases}$$

$$R_f = \left[\frac{-y}{y}, \frac{1}{y} \right]$$

← صفر جبری توان حذف شود.

$$y = \frac{y \sin x - 1}{\sin x + y}$$

روش ②

جواب سوال ②

②

$$y = \frac{y \sin x - 1}{\sin x + y} \rightarrow y \sin x + y = y \sin x - 1$$

$$y \sin x - y \sin x = -1 - y \rightarrow (y - y) \sin x = -1 - y$$

$$\sin x = \frac{-1 - y}{y - y}$$

$$-1 \leq \frac{-1 - y}{y - y} \leq 1$$

$$R_f = \left[\frac{-y}{y}, \frac{1}{y} \right]$$

$$\frac{y - y \geq -1 - y}{y - y \leq -1 - y} \cap \frac{y - y \leq -1 - y}{y - y \geq -1 - y}$$

$$y \geq -y$$

$$\downarrow$$

$$y \geq \frac{-y}{y}$$

$$y \leq 1$$

$$\downarrow$$

$$y \leq \frac{1}{y}$$

جواب سوال ۶

۱۱۵

$$\frac{x^2 - x + \frac{1}{x}}{x^2 - x + 1}$$

ans: $x^2 - x + 1 \neq 0 \rightarrow b^2 - 4ac = 1 - 4(1)(1) = -3$ Δ منفی است پس خارج نشد ندارد. ✓

$D_f = \mathbb{R}$ ✓

بی: $y = \frac{x^2 - x + \frac{1}{x}}{x^2 - x + 1} \Rightarrow yx^2 - yx + y = x^2 - x + \frac{1}{x} \Rightarrow$

$yx^2 - x^2 - yx + x = \frac{1}{x} - y \rightarrow x^2(y-1) + x(-y+1) + (y-\frac{1}{x}) = 0 \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \rightarrow$

$x = \frac{-(-y+1) \pm \sqrt{(-y+1)^2 - 4(y-1)(y-\frac{1}{x})}}{2y-2} \rightarrow \Delta \geq 0$ ✓ $y \neq 1$ *

$\Delta = -3y(y-1) \geq 0$, *
-1 + 1 -

$4y^2 - \frac{12}{x}y + \frac{4}{x} \geq 0 \xrightarrow{\times x} 4xy^2 - 12y + 4 \rightarrow (y-1)(y-\frac{1}{x}) \Rightarrow (\frac{y}{x} - \frac{1}{x})(y - \frac{1}{x})$

+

+

-

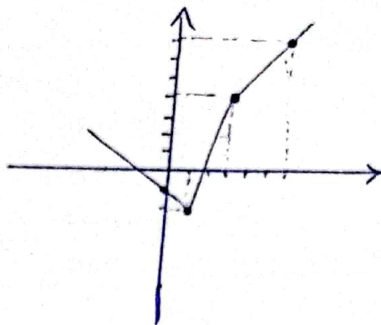
+

$R_f = (-\infty, \frac{1}{x}] \cup (1, +\infty)$, $R_f \neq \{0, 1\}$

الف) $y = |2x-2| - |x-3|$

$-2x+2+x-3$	$2x-2+x-3$	$2x-2-x+3$
$-x-1$	$3x-5$	$x+1$

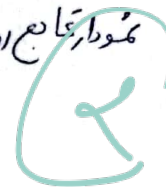
$= [-2, +\infty)$



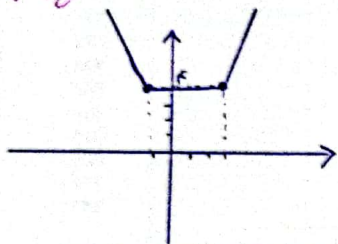
جواب سوال ۷

به کمک ضابطه بندی

مؤدار تابع او رسم کردیم:



ب) $y = |x-3| + |x+1|$

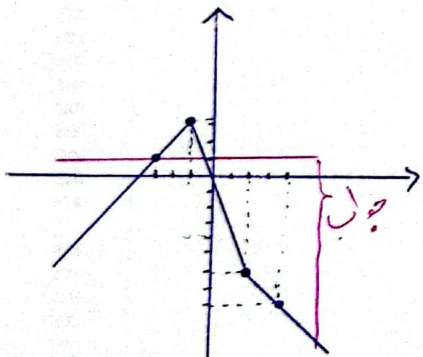


$= [-1, +\infty)$

این یک تابع لاری است و

$|x-2| - |2x+2| \leq 1$

$-x+2+2x+2$	$-x+2-2x-2$	$x-2-2x-2$
$x+4$	$-3x$	$-x-4$



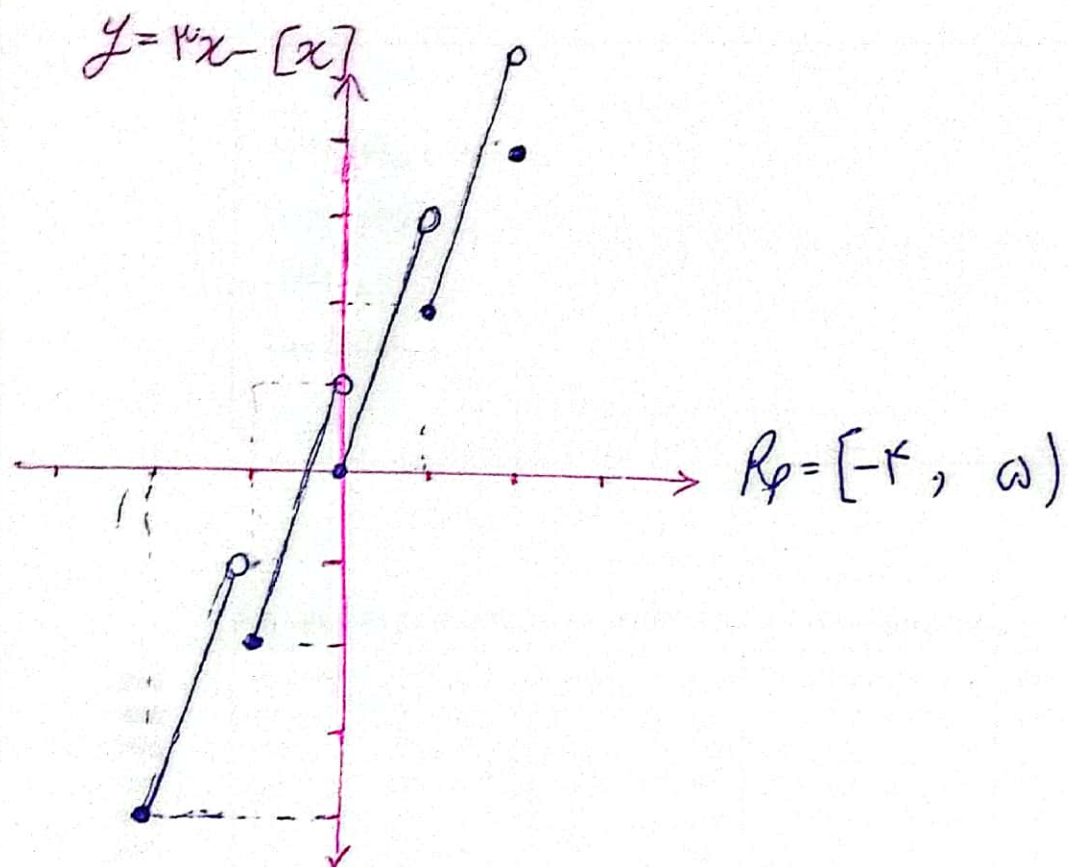
$Qp = IR - (-2, -\frac{1}{3})$

جواب سوال ۸ با کمک ضابطه بندی نمودار کن و رسم می کنیم:



جواب سوال ۹

۲



جواب سوال ۱۵

عکس نهایی

۲

$$\text{الف) } y = \sin^2 x - \sin x + 1$$

$$\sin x = \frac{-b}{ra} = \frac{1}{r} \rightarrow p\left(\frac{1}{r}\right) = \frac{r}{r}$$

$$\sin x = 1 \rightarrow y = 1$$

$$\sin x = -1 \rightarrow y = r$$

$$\rightarrow R_f = \left[\frac{r}{r}, r\right]$$

$$\text{ب) } y = \sin^2 x + \sin^2 x + 1$$

$$\sin^2 x = \frac{-b}{ra} = \frac{-1}{r} \text{ غیر قابل قبول}$$

$$\sin^2 x = 0 \rightarrow y = 1$$

$$\rightarrow R_f = [1, r]$$

$$\sin^2 x = 1 \rightarrow y = r$$