نام و نام خانوادگی ...سپیده یکتا یزدی طلبا.......... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۳... کلاس دوازدهم دختر - A...

۱

$y=\frac{x^2+x+2}{x-1} \Rightarrow x^2+x+2=yx-y \Rightarrow x^2+(1-y)x+2+y=0$

$x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow \Delta\geq 0$ (محاسبه‌ی دامنه‌ی y) $\quad b^2-4ac=(1-y)^2-4(2+y)=$

$y^2-2y+1-8-4y\geq 0 \Rightarrow y^2-6y-7\geq 0 \Rightarrow (y-7)(y+1)\geq 0$

	-1		7	
$+$		$-$		$+$

$R_f=(-\infty,-1]\cup[7,+\infty)$

۲

الف) $x_s=\frac{-b}{2a}=\frac{5}{4}$

$y_s=2\times\frac{25}{16}-5\times\frac{5}{4}+1=\frac{-17}{8}$

$a>0 \to$ دارد min

$R_f=[-\frac{17}{8},+\infty)$

ب) $x_s=3 \quad y_s=4$ قرارگیری رادیکال

$a<0 \to max$

مقادیر مثبت $=(-\infty,4] \to R_f=[0,2]$

ج) مقادیر معادله درجه ۳ $=(-\infty,+\infty) \Rightarrow R_f=[0,+\infty)$

عبارت زیر رادیکال درجه ۳ است در نتیجه برد آن R است و با قرارگیری رادیکال مقادیر منفی حذف می‌شوند.

د) $R_f=\mathbb{R}$ عبارت جلوی رادیکال درجه ۳ است

بنابراین دامنه‌ی آن R است که مقدار مثبت آن قابل قبول است و برای مقادیر مثبت برد آن تمام اعداد حقیقی است.

۳

الف) $y=\frac{3x+1}{2x-6} \to$ هموگرافیک ✓ $(ad\neq bc) \Rightarrow R_f=R-\{\frac{c}{a}\}=\mathbb{R}-\{\frac{3}{2}\}$

ب) $y=\sqrt{\frac{4x-1}{x-2}} \to$ هموگرافیک ✓ $(ad\neq bc) \Rightarrow R_f=R-\{4\} \to R_f=[0,+\infty)-\{2\}$ قرارگیری رادیکال

پ) $y=\frac{x^2+3+1}{\sqrt{x^2+3}}=\sqrt{x^2+3}+\frac{1}{\sqrt{x^2+3}}$ (به فرم $a+\frac{1}{a}$) $\quad R_f=[\sqrt{3}+\frac{1}{\sqrt{3}},+\infty)$ کمترین مقدار a، $\sqrt{3}$ است.

د) $y=\underbrace{x^2+4+\frac{1}{x^2+4}}_{a+\frac{1}{a}}-4 \quad R_f=[4+\frac{1}{4},+\infty)-4=[\frac{1}{4},+\infty)$

کمترین مقدار x^2+4، ۴ است.

۴

$y=\frac{3x^2+4}{x^2-1} \Rightarrow yx^2-y=3x^2+4 \Rightarrow (y-3)x^2-y-4=0 \quad x=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$

$\Delta\geq 0 \quad b^2-4ac\geq 0 \quad -4(y-3)(-y-4)\geq 0 \Rightarrow (y-3)(-y-4)\leq 0 \Rightarrow y^2+y-12\geq 0$

$(y+4)(y-3)\geq 0$

	-4		3	
$+$		$-$		$+$

$R_f=(-\infty,-4]\cup[3,+\infty)$

روش ۲:

$x^2 \to min=0$, $\ max=+\infty$

$x^2=0 \Rightarrow y=-4$

$x^2=+\infty \Rightarrow y=\frac{3\infty+4}{\infty-1}\simeq 3$

$(-\infty,-4]\cup[3,+\infty)$

مخرج می‌تواند صفر شود پس خارج از دو عدد قابل قبول است.

۵

$y=\frac{2\sin x-1}{\sin x+3} \Rightarrow 2\sin x-1=y\sin x+3y \Rightarrow (2-y)\sin x=3y+1 \Rightarrow \sin x=\frac{3y+1}{2-y}$

$-1\leq\frac{3y+1}{2-y}\leq 1$

$\to 0\leq\frac{3y+1+2-y}{2-y} \Rightarrow 0\leq\frac{2y+3}{2-y}$

	$-\frac{3}{2}$		2	
$-$		$+$		$-$

$\frac{3y+1-2+y}{2-y} \Rightarrow \frac{4y-1}{2-y}\leq 0$

	$\frac{1}{4}$		2	
$-$		$+$		$-$

$\cap \quad R_f=[-\frac{3}{2},\frac{1}{4}]$

روش ۲:

$\sin x \to max=1$, $\ min=-1$

$\sin x=1 \Rightarrow y=\frac{1}{4}$

$\sin x=-1 \Rightarrow y=-\frac{3}{2}$

$\Rightarrow R_f=[-\frac{3}{2},\frac{1}{4}]$

۶

$y=\dfrac{x^2-x+\frac{1}{4}}{x^2-x+1}$ $\qquad x^2-x+1=0 \quad \Delta<0 \to$ ریشه ندارد $\quad D_f=\mathbb{R}$

$yx^2-yx+y=x^2-x+\frac{1}{4} \Rightarrow (y-1)x^2+(-y+1)x+y-\frac{1}{4}=0$

$y\neq 1 \quad \Delta\geq 0 \quad y^2-2y+1-4(y-1)(y-\frac{1}{4}) \Rightarrow y^2-2y+1-4y^2+5y-1\geq 0$

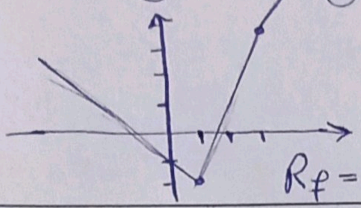
$-3y^2+3y\geq 0 \quad y^2-y\leq 0 \quad y(y-1)\leq 0$ $\qquad \begin{array}{ccc} & 0 & 1 \\ + & - & + \end{array}$ $\quad [0,1]$

$y=1 \quad 1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4} \qquad \Rightarrow R_f=[0,1)$

۷

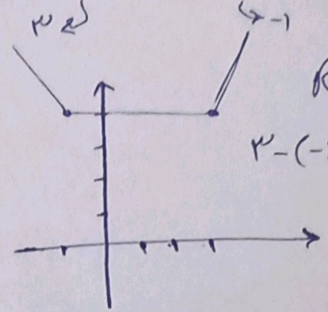
الف) $y=|2x-2|-|x-3|$

$\begin{array}{c|c|c} & 1 & 3 \\ -x-1 & 3x-5 & x+1 \\ & (-2) & (4) \end{array}$



$R_f=[-2,+\infty)$

ب) $y=|x-3|+|x+1|$ $\qquad$ شکل تابع ناودانی



$R_f=[4,+\infty)$

تفاضل ریشه‌ها $=\underset{\sim}{4}=3-(-1)$

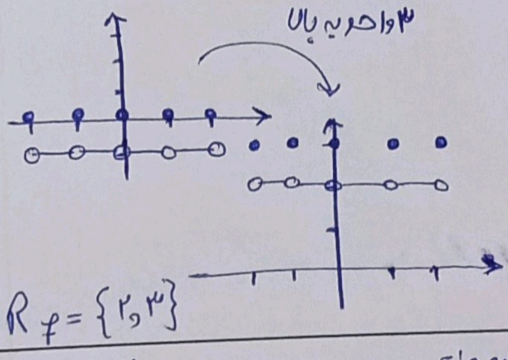
۸

$|x-2|-|2x+2|\leq +1$ $\qquad x\in(-\infty,-3]\cup[-\frac{1}{3},+\infty)$

$x<-1$	$-1\le x<2$	$x\ge 2$
$2-x+2x+2\leq 1$	$2-x-2x-2\leq 1$	$x-2-2x-2\leq +1$
$x+4\leq 1$	$-3x\leq 1$	$-x-4\leq 1$
$x\leq -3$	$x\geq -\frac{1}{3}$	$-5\leq x$
$(-\infty,-3]$	$[-\frac{1}{3},2]$	$[2,+\infty)$

۹

الف) $[x]+[-x]+3 \qquad [-2,2]$



$R_f=\{2,3\}$

ب) $3x-[x]$

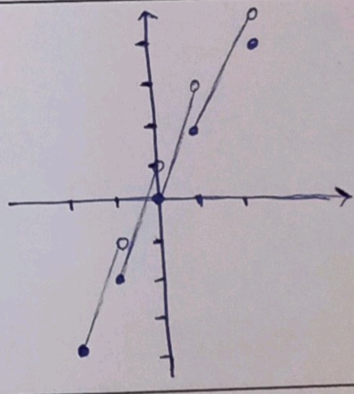
$[-2,-1)\to 3x+2$

$[-1,0)\to 3x+1$

$[0,1)\to 3x$

$[1,2)\to 3x-1$

$2\to 3x-2=4$



۱۰

الف) $\sin^2x-\sin x+1 \longrightarrow \sin x=1 \quad y=1$

$\sin x=-1 \quad y=3$

$\sin x=\frac{1}{2} \quad y=\frac{3}{4}$ $\qquad \Rightarrow R_f=[\frac{3}{4},3]$

ب) $\sin^4x+\sin^2x+1 \longrightarrow \sin^2x=0 \quad y=1$

$\sin^2x=1 \quad y=3 \qquad \Rightarrow R_f=[1,3]$

$\sin^2x=\frac{-1}{2}$ غ ق ق