آفرین :)

۲۰

تالیف حورا حقیقی

۱ ۴

$y=\frac{x^۲+x+۲}{x-۱}\Rightarrow$ $x^۲+x+۲=yx-y$ $x^۲+x(۱-y)+y+۲=۰$

$x=\frac{-۱+y\pm\sqrt{(۱-y)^۲-۴(y+۲)}}{۲}$ ≥۰ ⇝ $۱+y^۲-۲y-۴y-۸\geq۰$

$y^۲-۶y-۷\geq۰$

$R_f=(-\infty,-۱]\cup[۷,+\infty)$ — -۱ ۷ ; $+$ $-$ $+$ ← $(y-۷)(y+۱)\geq۰$

---

۲ ۴

الف) $y=۲x^۲-۵x+۱$ $x=-\frac{b}{۲a}=\frac{۵}{۴}\Rightarrow y=\frac{۲۵}{\cancel{۱۶}_{۸}}\times\cancel{۲}-\frac{۲۵}{۴}+۱=\frac{۲۵-۵۰+۸}{۸}=-\frac{۱۷}{۸}$

چون $a>۰$ ⇝ $R_f=[-\frac{۱۷}{۸},+\infty)$

ب) $y=\sqrt{-x^۲+۶x-۵}$ $x=-\frac{b}{۲a}=\frac{۶}{۲}=۳$ $y=-۹+۱۸-۵=۴$

$a<۰$ ⇝ $R_f=(-\infty,۴]$ ⇝ $\sqrt{(-\infty,۴]}\Rightarrow R_y=[۰,۲]$

ج) $y=\sqrt{x^۷-۳x^۲+۴x+۱}$

عبارت با توان فرد ⇝ $R_f=\mathbb{R}$ ⇝ $\sqrt{\mathbb{R}}\Rightarrow R_y=[۰,+\infty)$

د) $\log(x^۳-۶x^۲+۷x+۴)>۰$ ⇝ $\log_{۱۰}^{R^+}=(-\infty,+\infty)=R_f$

---

۳ ۴

الف) $y=\frac{۳x+۱}{۲x-۶}$ $x=-\frac{-۶y-۱}{۲y-۳}=\frac{۶y+۱}{۲y-۳}$ $R_f=\mathbb{R}-\{$ریشه مخرج$\}=\mathbb{R}-\{\frac{۳}{۲}\}$

ب) $y=\sqrt{\frac{۴x+۱}{x-۲}}$ ⇝ $\mathbb{R}-\{\frac{a}{c}\}=\mathbb{R}-\{۴\}$ ⇝ $\sqrt{\mathbb{R}-۴}\Rightarrow R_y=[۰,+\infty)-\{۲\}$

ج) $y=\frac{x^۲+\overset{۳+۱}{\cancel{۴}}}{\sqrt{x^۲+۳}}\to\frac{x^۲+۳+۱}{\sqrt{x^۲+۳}}\times\frac{\sqrt{x^۲+۳}}{\sqrt{x^۲+۳}}=\sqrt{x^۲+۳}+\frac{۱}{\sqrt{x^۲+۳}}\Rightarrow$ کمترین مقدار $\sqrt{x^۲+۳}=\sqrt{۳}$

$R_f=[\frac{۱}{\sqrt{۳}}+\sqrt{۳},+\infty)$

د) $y=x^۲+\frac{۱}{x^۲+۴}+۴-۴$ ⇝ $a+\frac{۱}{a}-۴$ $R_f=[\frac{۱}{۴},+\infty)$

⇝ کمترین مقدار $x^۲+۴=۴$ ⇝ $۴+\frac{۱}{۴}-۴=\frac{۱}{۴}$

۴- (۲)

$y=\frac{۳x^۲+۴}{x^۲-۱}$ ⟹ تکنیک ۲ $x^۲=۰ \Rightarrow \frac{۴}{-۱}=-۴$ ✓

عدد ها را در نظر نگیریم $x^۲=+\infty \Rightarrow \frac{۳\infty}{\infty}=۳$ ✓ ⟹ مخرج صفر نشود $\longrightarrow R_f=(-\infty,-۴]\cup(۳,+\infty)$ ✓

روش اصلی $= yx^۲-y=۳x^۲+۴ \quad (y-۳)x^۲=۴+y \quad x^۲=\frac{۴+y}{y-۳} \quad x=\pm\sqrt{\frac{۴+y}{y-۳}}$

	-۴		۳	
$+$	●	$-$	تن	$+$

$R_f=(-\infty,-۴]\cup(۳,+\infty)$ ✓

---

۵ (۲)

$y=\frac{۲\sin x-۱}{\sin x+۳}$ ⟹ تکنیک ۲ ، مخرج صفر نشود $\quad \sin x=-۱ \Rightarrow \frac{-۳}{۲}$ ✓ $\quad \sin x=۱ \Rightarrow \frac{۱}{۴}$ ✓ $\quad R_f=[-\frac{۳}{۲},\frac{۱}{۴}]$ ✓

↳ $y\sin x+۳y=۲\sin x-۱ \quad (۲-y)\sin x=۱+۳y \longrightarrow \sin x=\frac{۱+۳y}{۲-y}$ ✓

$-۱\le\sin x\le۱$ ① $-۱\le\frac{۱+۳y}{۲-y}\le۱$ $\quad \frac{\overset{۴y-۱ \to ۱/۴}{۱+۳y-۲+y}}{\underset{۲}{۲-y}}\le۰$

	$۱/۴$		۲	
$-$	●	$+$	تن	$-$

✓

② $\frac{\overset{۲y+۳}{\cancel{۱+۳y+۲-y}}}{۲-y}\ge۰$

	$-\frac{۳}{۲}$		۲	
$-$	●	$+$	تن	$-$

✓ $\quad R_f=①\cap②=[-\frac{۳}{۲},\frac{۱}{۴}]$ ✓

۶- (۴)

$f(x)=\frac{\overbrace{x^۲-x+\frac{۱}{۴}}^{(x-\frac{۱}{۲})^۲}}{\underbrace{x^۲-x+\frac{۱}{۴}+\frac{۳}{۴}}_{(x-\frac{۱}{۲})^۲+\frac{۳}{۴}}} \longrightarrow y(x-\frac{۱}{۲})^۲+\frac{۳}{۴}y=(x-\frac{۱}{۲})^۲$ ✓

$(x-\frac{۱}{۲})^۲(۱-y)=\frac{۳}{۴}y \quad (x-\frac{۱}{۲})^۲=\frac{۳/۴y}{۱-y}$ ✓

$x=\pm\sqrt{\frac{۳/۴y}{۱-y}\ge۰}+\frac{۱}{۲}$ ✓

	۰		۱	
$-$	●	$+$	تن	$-$

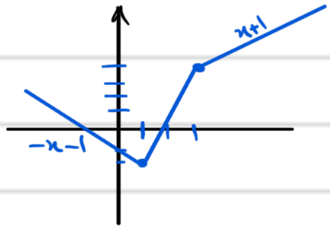
⟹ $R_f=۰\le y<۱$ ✓

-۷ (۴)

الف) $y=|۲x-۲|-|x-۳|$

بعد از ۳ ⟹ + و + ⟹ $۲x-۲-x+۳=x+۱$

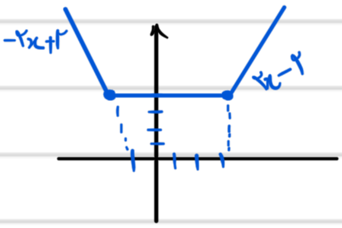
ما قبل ⟹ − و − ⟹ $-۲x+۲+x-۳=-x-۱$



$\Rightarrow R_f=[-۲,+\infty)$ ✓

ب) $y=|x-۳|+|x+۱|$

تابع ← گلدانی



$R_f=[۴,+\infty)$ ✓

۸)

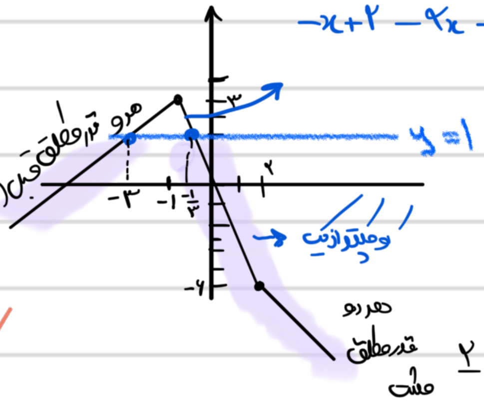
۲

تشکیل

$|x-۲|-|۲x+۲|\le ۱$

۲ ، -۱

$-x+۲-۲x-۲=-۳x$



$x+۴=y$ ⇐ (-)

$-۳x=+۱$ و $x+۴=+۱$

$x=-\frac{۱}{۳}$ $x=-۳$

→ جواب نامعادله $\boxed{x<-۳ \cup x\geqslant -\frac{۱}{۳}}$

---

۹)

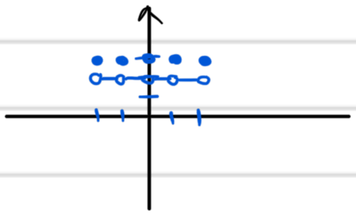
۲

$[-۲,۲]$

الف $y=[x]+[۳-x]=\underbrace{[x]+[-x]}+۳$

$=۰$ درازای عدد صحیح $=۳$

$=-۱$ درازای غیرصحیح $=+۲$



$R_f=\{۲,۳\}$

ب $y=۳x-[x]$

$-۲\leqslant x<-۱$ $۳x+۲$ $x=-۲\Rightarrow -۴$ ، $x=-۱\Rightarrow -۱$

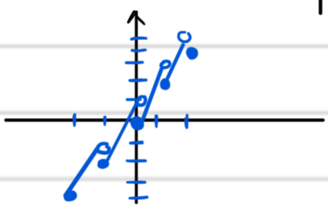
$-۱\leqslant x<۰$ $۳x+۱$ $x=-۱\Rightarrow -۲$ ، $x=۰\Rightarrow ۱$

$۰\leqslant x<۱$ $۳x$ $x=۰\Rightarrow ۰$ ، $x=۱\Rightarrow ۳$

$۱\leqslant x<۲$ $۳x-۱$ $x=۲$ $y=۴$

$x=۱\Rightarrow ۲$

$x=۲\Rightarrow ۵$



$R_f=[-۴,۵)$

---

۱۰)

۲

الف) $y=\sin^۲\alpha-\sin\alpha+۱$

$\sin\alpha=۱$ $y=۱$

$\sin\alpha=-۱$ $y=۳$

$\sin\alpha=\frac{۱}{۲}$ $y=\frac{۳}{۴}$

$R_f=[\frac{۳}{۴},۳]$

ب) $y=\sin^۴\alpha+\sin^۲\alpha+۱$

$\sin^۲\alpha=۱$ $y=۳$

$\sin^۲\alpha=۰$ $y=۱$

$\sin^۲\alpha\neq -\frac{۱}{۲}$ غ ق ق

$R_f=[۱,۳]$