نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۳ ..... کلاس .....

۱

$y=\frac{x^2+x+2}{x-1} \Rightarrow yx-y=x^2+x+2 \rightarrow x^2+x(1-y)+(2+y)=0$

$x \rightarrow \frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$ $\quad \frac{1+y\pm\sqrt{(1-y)^2-4(2+y)}}{2} \rightarrow \Delta\geq 0 \quad (1-y)^2-4(2+y)\geq 0$

$y^2+1-2y-8-4y\geq 0 \rightarrow y^2-6y-7\geq 0 \rightarrow -1 \text{ و } 7$

$(-\infty,-1]\cup[7,+\infty)$

۲

الف) $2x^2-5x+1 \longrightarrow$ رأس سهمی $\rightarrow x_s=\frac{5}{4} \rightarrow y_s=\frac{-17}{8}$ $\quad [\frac{-17}{8},+\infty)$

ب) $y=-x^2+4x-3 \xrightarrow{\text{بیشینه}} y_s=4 \quad \sqrt{(-\infty,4]} \rightarrow R_f=[0,2]$

ج) $y=\sqrt{x^4-2x^3+4x+1} \rightarrow \sqrt{R} \rightarrow [0,+\infty)=R$

د) $\log(x^3-4x^2+7x+4) \rightarrow R=\mathbb{R}$

$\rightarrow (-\infty,+\infty)=\mathbb{R}$

۳

الف) $\frac{3x+1}{2x-4}$ $\quad$ خط‌کش افقی $\rightarrow R_f=\mathbb{R}-\{\text{عرض نقطه}\} \rightarrow R_f=\mathbb{R}-\{\frac{3}{2}\}$

ب) $\sqrt{\frac{4x+1}{x-2}}$ $\quad \sqrt{\mathbb{R}-\{4\}} \rightarrow [0,+\infty)-\{2\}$

ج) $\frac{x^2+4}{\sqrt{x^2+3}} \rightarrow \frac{x^2+3+1}{\sqrt{x^2+3}}=\sqrt{x^2+3}+\frac{1}{\sqrt{x^2+3}} \xrightarrow[\text{مقدار}]{\text{کمترین}} e=0 \rightarrow \sqrt{3}+\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{4}{\sqrt{3}}$ $\quad [\frac{4}{\sqrt{3}},+\infty)$

د) $x^2+\frac{1}{x^2+4} \xrightarrow{\text{اضافه و کم کردن 4}} x^2+4+\frac{1}{x^2+4}-4 \rightarrow [\frac{17}{4},+\infty)-4 \rightarrow [\frac{1}{4},+\infty)$

R_f

۴

روش اصلی: $y=\frac{3x^2+4}{x^2-1} \rightarrow yx^2-y=3x^2+4 \longrightarrow -y-4=x^2(3-y) \rightarrow \frac{y+4}{y-3}=x^2$

$(-\infty,-4]\cup(3,+\infty)$ $\quad \frac{y+4}{y-3}\geq 0 \leftarrow \sqrt{\frac{y+4}{y-3}} \leftarrow x$

روش ۲: کمترین مقدار: $x=0 \quad y=-4$ $\quad$ بیشترین مقدار $\frac{3x^2}{x^2}=3$

مخرج ریشه دارد پس $R_f=(-\infty,-4]\cup(3,+\infty)$

۵

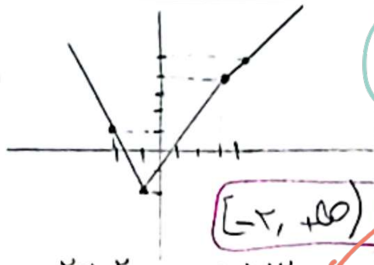
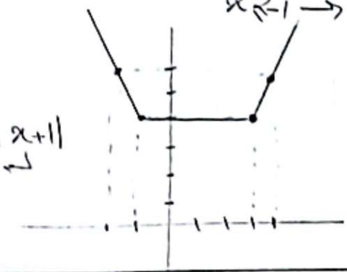
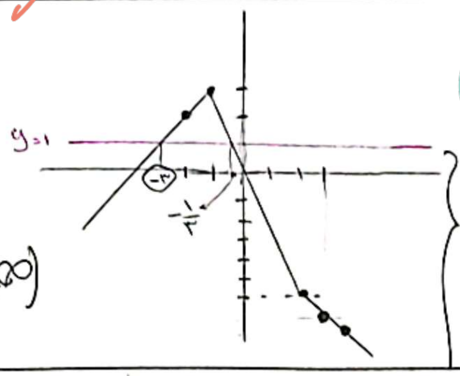
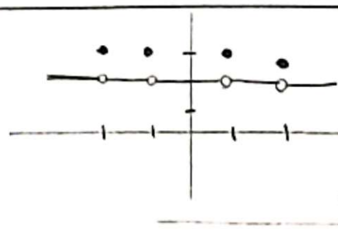
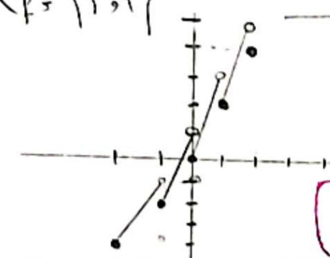
روش اصلی: $\frac{2\sin x-1}{\sin x+3}=y \rightarrow 2\sin x-1=y\sin x+3y \rightarrow \sin x(2-y)=1+3y$

$\sin x=\frac{1+3y}{2-y}$ $\quad$ اشتراک: $-1\leq\frac{1+3y}{2-y}\leq 1$ $\quad [-1,5,2)$

$(-\infty,\frac{1}{4}]\cup[2,+\infty)$ $\quad [-\frac{3}{2},\frac{1}{4}]$

روش ۲: بیشترین مقدار: $\sin x=1 \rightarrow \frac{2-1}{4}=\frac{1}{4}$ $\quad$ کمترین مقدار: $\sin x=-1 \rightarrow \frac{-2-1}{2}=\frac{-3}{2}$

چون مخرج ریشه ندارد: $[-\frac{3}{2},\frac{1}{4}]$

$\frac{x^2 - x + \frac{1}{4}}{x^2 - x + 1}$ دامنه: مخرج نباید صفر باشد ، $x^2 - x + 1 \to \Delta = 1 - 4(1)(1) < 0$ ریشه ندارد $D_f = \mathbb{R}$ برد: $\frac{(x-\frac{1}{2})^2}{(x-\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}} \to$ تغییر متغیر $\to x - \frac{1}{2} = t$ ، $\frac{t^2}{t^2+\frac{3}{4}}$ حداقل مقدار $\to \frac{1}{2} \to \frac{0}{0+\frac{3}{4}} = 0$ ، برد: $[0,1)$ حداکثر مقدار $\to \frac{t^2}{t^2} = 1$	۶	۲
الف) $\lvert 2x-2\rvert - \lvert x-3\rvert$ ، ۱ ریشه ، ۳ ریشه $x \ge 3 \to x+1$ $3 \ge x \ge 1 \to 3x-5$ ، $(1,-2)$ و $(3,4)$ $x \le -1 \to -x-1$  $[-2,+\infty)$ ب) $\lvert x-3\rvert + \lvert x+1\rvert$ ، ۳ ریشه ، ۱- ریشه $2x-2 \leftarrow x>3$ $4 \leftarrow -1 \le x \le 3$ $-2x+2 \leftarrow x<-1$  $(4,+\infty)$	۷	۲
$\lvert x-2\rvert - \lvert 2x+2\rvert \le 1$ ، ۲ ریشه ، ۱- ریشه $x>2 \to -x-4$ $-1 \le x \le 2 \to -3x$ $x<-1 \to x+4$ $x+4=1 \to x=-3$ $-3x=1 \to x=-\frac{1}{3}$ $(-\infty,-3] \cup [-\frac{1}{3},+\infty)$  	۸	۲
الف) $[x]+[3-x] = [x]+[-x]+3$ $R_f = \{3,2\}$ $3 \leftarrow 2$ $2 \leftarrow (1,2)$ $2 \leftarrow [0,1)$ $2 \leftarrow (-1,0)$ $2 \leftarrow (-2,-1)$  ب) $3x-[x]$ $4 \leftarrow 2$ $3x-1 \leftarrow [1,2)$ $3x \leftarrow [0,1)$ $3x+1 \leftarrow [-1,0)$ $3x+2 \leftarrow [-2,-1)$  $[-4,5) = R_f$	۹	۲
الف) $\sin^2 x - \sin x + 1$ max $\to 1-1+1 = 1$ min $\to 1+1+1 = 3$ $\frac{-b}{2a} \to \frac{1}{2} \to \frac{1}{4} - \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{4}$ $[\frac{3}{4}, 3]$ ب) $\sin^4 x + \sin^2 x + 1$ max $\to 1 \to 3$ min $\to 1$ $\frac{-b}{2a} \to -\frac{1}{2}$ غ ق ق $[1,3]$	۱۰	۲