نام و نام خانوادگی ....محمدرضا زنگیلی.... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۳... کلاس ...حسابان ۱۲... ۱۱ام

۱

$y=\frac{x^2+x+2}{x-1} \Longrightarrow yx-y=x^2+x+2 \to x^2+x(1-y)+(2+y)=0$

$x \to \frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a} \qquad \frac{1+y\pm\sqrt{(1-y)^2-4(2+y)}}{2} \to \Delta\geq 0 \qquad (1-y)^2-4(2+y)\geq 0$

$y^2+1-2y-8-4y\geq 0 \to y^2-6y-7\geq 0 \to -1 , 7 \qquad \begin{array}{ccccc} & -1 & & 7 & \\ + & | & - & | & + \end{array}$

$\boxed{(-\infty,-1]\cup[7,+\infty)}$

۲

الف) $2x^2-5x+1 \longrightarrow$ y راس سهمی $\longrightarrow x_s=\frac{5}{4} \to y_s=\frac{-17}{8} \quad \boxed{[\frac{-17}{8},+\infty)}$

ب) $y=-x^2+6x-5 \longrightarrow y_s=4 \quad \sqrt{(-\infty,4]} \longrightarrow \boxed{R_f=[0,2]}$

ج) $y=\sqrt{x^7-3x^2+6x+1} \longrightarrow \sqrt{R} \longrightarrow \boxed{[0,+\infty)=R}$

د) $\log(x^3-6x^2+7x+4) \longrightarrow R=\mathbb{R} \longrightarrow \boxed{(-\infty,+\infty)=\mathbb{R}}$

۳

الف) $\frac{3x+1}{2x-6}$ هموگرافیک $\longrightarrow R_f=\mathbb{R}-\{$جواب افقی$\} \longrightarrow \boxed{R_f=\mathbb{R}-\{\frac{3}{2}\}}$

ب) $\sqrt{\frac{4x+1}{x-2}} \qquad \sqrt{\mathbb{R}-\{4\}} \longrightarrow \boxed{[0,+\infty)-\{2\}}$

ج) $\frac{x^2+4}{\sqrt{x^2+3}} \to \frac{x^2+3+1}{\sqrt{x^2+3}}=\sqrt{x^2+3}+\frac{1}{\sqrt{x^2+3}} \xrightarrow[\text{مقدار}]{\text{کمترین}} x=0 \to \sqrt{3}+\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{4}{\sqrt{3}} \qquad \boxed{[\frac{4}{\sqrt{3}},+\infty)}$

د) $x^2+\frac{1}{x^2+4} \xrightarrow{\text{اضافه و کم کردن ۴}} \boxed{x^2+4+\frac{1}{x^2+4}}-4 \longrightarrow \boxed{[\frac{17}{4},+\infty)}-4 \longrightarrow \boxed{[\frac{1}{4},+\infty)}$

R_f

۴

روش اصلی: $y=\frac{3x^2+4}{x^2-1} \to yx^2-y=3x^2+4 \longrightarrow -y-4=x^2(3-y) \to \frac{y+4}{y-3}=x^2$

$x=\sqrt{\frac{y+4}{y-3}} \longrightarrow \frac{y+4}{y-3}\geq 0 \longrightarrow \begin{array}{ccccc} & -4 & & 3 & \\ + & | & - & | & + \\ & ج & & ج & \end{array}$

$\boxed{(-\infty,-4]\cup(3,+\infty)}$

روش ۲: کمترین مقدار: $x=0 \quad y=-4$ ، بیشترین مقدار: $\frac{3x^2}{x^2}$ ۳

مخرج ریشه دارد پس $R_f=\boxed{(-\infty,-4]\cup(3,+\infty)}$

۵

روش اصلی: $\frac{2\sin x-1}{\sin x+3}=y \to 2\sin x-1=y\sin x+3y \to \sin x(2-y)=1+3y$

$\to \sin x=\frac{1+3y}{2-y}$

$-1\leq\frac{1+3y}{2-y}\leq 1$ ← اشتراک: $\boxed{[-\frac{3}{2},\frac{1}{4}]}$

$[-1.5,2) \qquad (-\infty,\frac{1}{4}]\cup(2,+\infty)$

روش ۲: کمترین مقدار: $\sin x=-1 \longrightarrow \frac{-2-1}{2}=\frac{-3}{2}$ ؛ بیشترین مقدار: $\sin x=1 \quad \frac{2-1}{4}=\frac{1}{4}$

چون مخرج ریشه ندارد: $\boxed{[-\frac{3}{2},\frac{1}{4}]}$

۶

$\frac{x^2 - x + \frac{1}{4}}{x^2 - x + 1}$

دامنه: مخرج نباید صفر باشد ، $x^2 - x + 1 \to \Delta = 1 - 4(1)(1) < 0$ ریشه ندارد $D_f = \mathbb{R}$

برد: $\frac{(x-\frac{1}{2})^2}{(x-\frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4}} \longrightarrow$ تغییر متغیر $\to x - \frac{1}{2} = t$ $\qquad \frac{t^2}{t^2 + \frac{3}{4}}$

حداقل مقدار $\to \frac{1}{2} \to \frac{0}{0+\frac{3}{4}} = 0$ برد: $[0,1)$

حداکثر مقدار $\to \frac{t^2}{t^2} = 1$

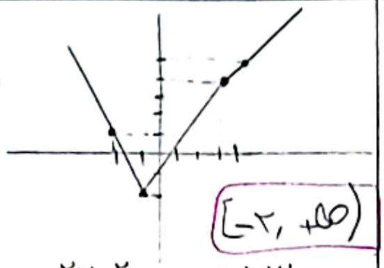
۷

الف) $|2x-2| - |x-3|$ ریشه ۱ ، ریشه ۳

$x \geq 3 \to x+1$

$3 \geq x \geq 1 \to 3x-5$ $\quad (1,-2), (3,4)$

$x < 1 \to -x-1$



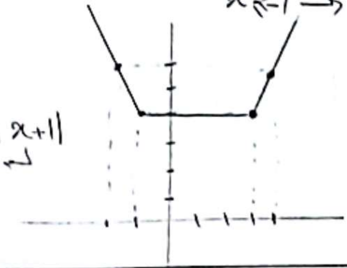
$[-2, +\infty)$

ب) $|x-3| + |x+1|$ ریشه ۳ ، ریشه ۱-

$2x-2 \leftarrow x > 3$

$4 \leftarrow -1 \leq x \leq 3$

$-2x+2 \leftarrow x < -1$



$(4, +\infty)$

۸

$|x-2| - |2x+2| \leq 1$ ریشه ۲ ، ریشه ۱-

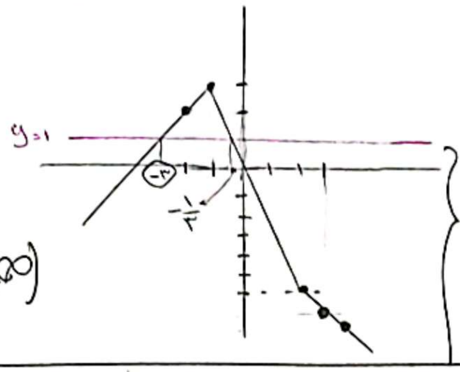
$x > 2 \to -x-4$

$-1 \leq x \leq 2 \to -3x$

$x < -1 \to x+4$

$x + 4 = 1 \to x = -3$

$-3x = 1 \to x = -\frac{1}{3}$



$(-\infty, -3] \cup [-\frac{1}{3}, +\infty)$

۹

الف) $[x] + [3-x] = [x] + [-x] + 3$

$R_f = \{3, 2\}$

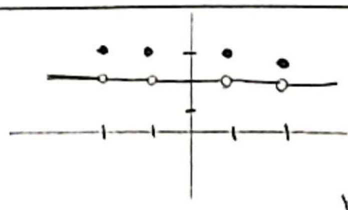
$3 \leftarrow 2$

$2 \leftarrow (1,2)$

$2 \leftarrow (0,1)$

$2 \leftarrow (-1,0)$

$2 \leftarrow (-2,-1)$



ب) $3x - [x]$

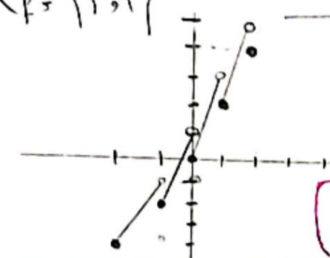
$4 \leftarrow 2$

$3x-1 \leftarrow [1,2)$

$3x \leftarrow [0,1)$

$3x+1 \leftarrow [-1,0)$

$3x+2 \leftarrow [-2,-1)$



$[-4, 5) = R_f$

۱۰

الف) $\sin^2 x - \sin x + 1$

max $\to 1 - 1 + 1 = 1$

min $\to 1 + 1 + 1 = 3$

$\frac{-b}{2a} \to \frac{1}{2} \to \frac{1}{4} - \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{4}$

$[\frac{3}{4}, 3]$

ب) $\sin^4 x + \sin^2 x + 1$

max $\to 1 \to 3$

min $\to 1$

$\frac{-b}{2a} \to -\frac{1}{2}$ غ ق ق

$[1, 3]$