نام و نام خانوادگی ..[redacted]........ ۲۰ پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۲..... کلاس .[redacted]........

۱

الف) $y=\left(x-۲\left[\frac{x}{۲}\right]\right)^۲$

$۰\leq a-[a]<۱$

$\left(۲\left(\underbrace{\frac{x}{۲}-\left[\frac{x}{۲}\right]}_{[۰,۱)}\right)\right)^۲$ ✓ $\Rightarrow ([۰,۲))^۲\Rightarrow\boxed{[۰,۴)}$ ✓

ب) $-\sin x+\log y-۴=۰$

$\log y=۴+\sin x\rightarrow y>۰$

$\hookrightarrow -۱\leq\sin x\leq ۱$

$۳\leq ۴+\sin x\leq ۵$

$۳\leq\log y\leq ۵$ ✓

$۱۰^۳\leq y\leq ۱۰^۵$

$\xrightarrow{\text{اشتراک با ۱}} R_f=[۱۰^۳,۱۰^۵]$ ✓

۴

۲

$f(x)=\sqrt{\frac{x^۲-۴}{x^۲-۹}}\rightarrow y=\sqrt{\frac{x^۲-۴}{x^۲-۹}}\rightarrow y^۲=\frac{x^۲-۴}{x^۲-۹}\rightarrow y^۲x^۲-۹y^۲=x^۲-۴$

$\boxed{y\geq ۰}$ ✓

$(۱-y^۲)x^۲=۴-۹y^۲$

$x^۲=\frac{۴-۹y^۲}{۱-y^۲}\Rightarrow\frac{۴-۹y^۲}{۱-y^۲}\geq ۰$

$x^۲\geq ۰$

↳ تعیین علامت

	-۱		$-\frac{۲}{۳}$		$\frac{۲}{۳}$		۱	
+	∄	−	۰	+	۰	−	∄	+

✓

$\xrightarrow{\text{اشتراک با ۱}} R_f=\left[۰,\frac{۲}{۳}\right]\cup(۱,+\infty)$ ✓

$a+b+c=\frac{۲}{۳}+۱=\boxed{\frac{۵}{۳}}$ ✓

۴

۳

الف) $f(x)=x+\frac{۱}{x}+۲\sqrt{x+\frac{۱}{x}}$

$y=\left(\sqrt{x+\frac{۱}{x}}+۱\right)^۲-۱\Longrightarrow R_f=[۲+۲\sqrt{۲},+\infty)$ ✓

زیر رادیکال $\geq ۰\Rightarrow x\geq ۰\Rightarrow x+\frac{۱}{x}\geq ۲$ ✓

$\sqrt{x+\frac{۱}{x}}\geq\sqrt{۲}\Rightarrow\sqrt{x+\frac{۱}{x}}+۱\geq\sqrt{۲}+۱\Rightarrow\left(\sqrt{x+\frac{۱}{x}}+۱\right)^۲-۱\geq\underbrace{(\sqrt{۲}+۱)^۲-۱}_{۲+۲\sqrt{۲}}$

ب) $y=(۳-\sin x)(۱+\sin x)$

$y=۳+۳\sin x-\sin x-\sin^۲x$

$y=-\sin^۲x+۲\sin x+۳$ $\qquad R_f=[۰,۴]$ ✓

$\hookrightarrow \min\sin x=-۱\Rightarrow -۱-۲+۳=۰$

$\hookrightarrow \max\sin x=۱\Rightarrow -۱+۲+۳=۴$

$\hookrightarrow \frac{-b}{۲a}=\frac{-۲}{-۲}=۱$ ↗ ✓

۴

۴

$f(x)=-\frac{۱}{۳}x+۱۰$

$D_x=\{۱,۲,۳,۴,۵,۶,۷,۸,۹\}$

$f(۱)+f(۲)+\cdots+f(۹)=\left(-\frac{۱}{۳}x_۱+۱۰\right)+\left(-\frac{۱}{۳}x_۲+۱۰\right)+\cdots+\left(-\frac{۱}{۳}x_۹+۱۰\right)=$ مجموع اجزای x ✓

$\Rightarrow -\frac{۱}{۳}(\underbrace{x_۱+x_۲+\cdots+x_۹}_{\frac{۹\times ۱۰}{۲}=۴۵})+۱۰\times ۹=\overset{-۱۵}{-\frac{۱}{\cancel{۳}}\times\cancel{۴۵}}+۹۰=\boxed{۷۵}$ ✓

۴

۵

$f(x)=\sqrt{ax^۲+bx+c}$

$D_f=[۲,+\infty)$

$\Big\}\Rightarrow a=۰$ ✓ $\boxed{b>۰}$

$bx+c\geq ۰\Rightarrow x\geq\frac{-c}{b}\Rightarrow\frac{-c}{b}=۲$

$c=-۲b\ ,\ b>۰$

$f(۳)=۱\Rightarrow\sqrt{۳b+c}=۱\Rightarrow ۳b+c=۱$

$c=-۲b\Rightarrow ۳b-۲b=b$

$\Big\}\rightarrow b=۱\ ,\ c=-۲$ ✓ $(b>۰\ ✓)$ $\rightsquigarrow f(x)=\sqrt{x-۲}$

$\Rightarrow g(x)=\sqrt{x^۲+۴}$ ✓

$\hookrightarrow ۰\leq x^۲$

$۴\leq x^۲+۴$

$۲\leq\sqrt{x^۲+۴}$

$\boxed{R_g=[۲,+\infty)}$ ✓

۴

۶

$|x-۲|-|x-۱|=kx$

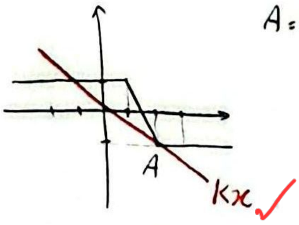
$\hookrightarrow y=|x-۲|-|x-۱|$

$x=۳ \to y=۱-۲=-۱$

$x=۲ \to y=۰-۱=-۱$

$x=۱ \to y=۱-۰=۱$

$x=۰ \to y=۲-۱=۱$ $\Rightarrow$



$y=kx$، از A عبور کند

$A=(۲,-۱)$ $\Big\} \Rightarrow -۱=k(۲)$

$\boxed{k=-\frac{۱}{۲}}$

۲

۷

الف) $y=x[x]$

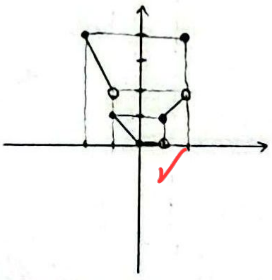
$-۲\leq x<-۱ \to y=-۲x$: $-۲ \to ۴$ ، $-۱ \to ۲$

$-۱\leq x<۰ \to y=-x$: $-۱ \to ۱$ ، $۰ \to ۰$

$۰\leq x<۱ \to y=۰$: $۰ \to ۰$ ، $۱ \to ۰$

$۱\leq x<۲ \to y=x$: $۱ \to ۱$ ، $۲ \to ۲$

$x=۲ \to y=۲x \to y=۴$



$R_f=[۰,۴]-\{۲\}$

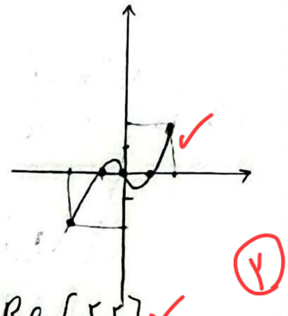
ب) $y=x|x|-x$

$-۲\leq x<۰ \to |x|=x$

$\hookrightarrow y=-x^۲-x$: $-۲ \to y=-۲$ ، $-۱ \to y=۰$ ، $۰ \to y=۰$

$۰\leq x\leq ۲ \to |x|=x$

$\hookrightarrow y=+x^۲-x$: $۰ \to y=۰$ ، $۱ \to y=۰$ ، $۲ \to y=۲$



$R_f=[-۲,۲]$

۲

۸

$$y=\frac{۱}{x}+\frac{۱}{x+۱}+\frac{۱}{x^۲+x}$$

$$y=\frac{x+۱+x+۱}{x(x+۱)}=\frac{۲(x+۱)}{x(x+۱)} \Rightarrow y=\frac{۲}{x} \Rightarrow x=\frac{۲}{y} \Rightarrow y\neq ۰$$

$x\neq -۱$ ، $x\neq -۱ \Rightarrow y\neq -۲$

$R_f=\mathbb{R}-\{۰,-۲\}$

$a+b=۰-۲=\boxed{-۲}$

۲

۹

$$f(x)=\frac{x-۴\sqrt{x}+۳}{x-۲\sqrt{x}+۱}$$

$$y=\frac{\cancel{(\sqrt{x}-۱)}(\sqrt{x}-۳)}{(\sqrt{x}-۱)^{\cancel{۲}}}=\frac{\sqrt{x}-۳}{\sqrt{x}-۱} \to y=\frac{\sqrt{x}-۳}{\sqrt{x}-۱} \Rightarrow y\sqrt{x}-y=\sqrt{x}-۳$$

$x\neq ۱$

$(۱-y)\sqrt{x}=۳-y$

$\sqrt{x}\neq ۱ , \sqrt{x}\geq ۰ \leftarrow \sqrt{x}=\frac{y-۳}{y-۱} \to \frac{y-۳}{y-۱}\geq ۰ \xrightarrow{\text{تعیین علامت}}$

	۱		۳	
+	ن	−	۰	+

$R_f=(-\infty,۱)\cup[۳,+\infty)$

$=\mathbb{R}-[۱,۳)$

۲

۱۰

$$f(x)=\frac{x^۳+۲x^۲-x-۲}{x^۲-۱}$$

$$y=\frac{x^۲(x+۲)-(x+۲)}{x^۲-۱}=\frac{\cancel{(x^۲-۱)}(x+۲)}{\cancel{x^۲-۱}}$$

$x\neq \pm ۱$

$\Rightarrow f(x)=x+۲ \;\; (x\neq \pm۱) \Big) \to y\neq ۳,۱ \Rightarrow R_f=\mathbb{R}-\{۱,۳\} \Rightarrow ۱+۳=\boxed{۴}$

۲