

$$y = \left(x - r \left[\frac{x}{r}\right]\right)^r$$

۱

$$y = \left(r \left(\frac{x}{r} - \left[\frac{x}{r}\right]\right)\right)^r \rightarrow y = \left(r(t - [t])\right)^r \rightarrow 0 \leq t - [t] < 1 \xrightarrow{\times r}$$

$$0 \leq r(t - [t]) < r \xrightarrow{\text{حدا ۱ و ۰}} 0 \leq (r(t - [t]))^r < r^r$$

۱ - ۰
۲ - ۱
۳ - ۰
۴ - ۱
۵ - ۰
۶ - ۱
۷ - ۰
۸ - ۱
۹ - ۰
۱۰ - ۱
۱۱ - ۰
۱۲ - ۱
۱۳ - ۰
۱۴ - ۱
۱۵ - ۰
۱۶ - ۱
۱۷ - ۰
۱۸ - ۱
۱۹ - ۰
۲۰ - ۱
۲۱ - ۰
۲۲ - ۱
۲۳ - ۰
۲۴ - ۱
۲۵ - ۰
۲۶ - ۱
۲۷ - ۰
۲۸ - ۱
۲۹ - ۰
۳۰ - ۱
۳۱ - ۰
۳۲ - ۱
۳۳ - ۰
۳۴ - ۱
۳۵ - ۰
۳۶ - ۱
۳۷ - ۰
۳۸ - ۱
۳۹ - ۰
۴۰ - ۱
۴۱ - ۰
۴۲ - ۱
۴۳ - ۰
۴۴ - ۱
۴۵ - ۰
۴۶ - ۱
۴۷ - ۰
۴۸ - ۱
۴۹ - ۰
۵۰ - ۱
۵۱ - ۰
۵۲ - ۱
۵۳ - ۰
۵۴ - ۱
۵۵ - ۰
۵۶ - ۱
۵۷ - ۰
۵۸ - ۱
۵۹ - ۰
۶۰ - ۱
۶۱ - ۰
۶۲ - ۱
۶۳ - ۰
۶۴ - ۱
۶۵ - ۰
۶۶ - ۱
۶۷ - ۰
۶۸ - ۱
۶۹ - ۰
۷۰ - ۱
۷۱ - ۰
۷۲ - ۱
۷۳ - ۰
۷۴ - ۱
۷۵ - ۰
۷۶ - ۱
۷۷ - ۰
۷۸ - ۱
۷۹ - ۰
۸۰ - ۱
۸۱ - ۰
۸۲ - ۱
۸۳ - ۰
۸۴ - ۱
۸۵ - ۰
۸۶ - ۱
۸۷ - ۰
۸۸ - ۱
۸۹ - ۰
۹۰ - ۱
۹۱ - ۰
۹۲ - ۱
۹۳ - ۰
۹۴ - ۱
۹۵ - ۰
۹۶ - ۱
۹۷ - ۰
۹۸ - ۱
۹۹ - ۰
۱۰۰ - ۱

$$\rightarrow R_f = [0, r)$$

$$- \sin n + \log y - r = 0$$

$$\log y - r = \sin n \xrightarrow{-1 \leq \sin n \leq 1} -1 \leq \log y - r \leq 1 \xrightarrow{+r} r-1 \leq \log y \leq r+1$$

۱۰^{r-1} ≤ y ≤ ۱۰^{r+1}

$$\rightarrow R_f = [10^{r-1}, 10^{r+1}]$$

$$f(n) = \sqrt{\frac{n^2 - r}{n^2 - 9}}$$

$$f(n) = \sqrt{g(n)}$$

$$g(n) = \frac{a \square + b}{c \square + d} = \frac{n^2 - r}{n^2 - 9}$$

$$\square = 0 \rightarrow g(0) = \frac{r}{9}$$

$$\square = \infty \rightarrow g(+\infty) = 1$$

$$R_{g(n)} = (-\infty, \frac{r}{9}] \cup (1, +\infty) \xrightarrow{f(n) = \sqrt{g(n)}, g(n) \geq 0} R_{f(n)} = [0, \frac{r}{9}] \cup (1, +\infty)$$

a b c

$$a + b + c = \frac{13}{9}$$

$$R_f = [0, \frac{r}{9}] \cup (1, +\infty)$$

Subject:

Date: / /

الف) $f(x) = x + \frac{1}{x} + r \sqrt{x + \frac{1}{x}}$

$f(x) = \left(\sqrt{x + \frac{1}{x}} + 1 \right)^r - 1$

①

$\rightarrow (-\infty, -r] \cup [r, +\infty) \rightarrow \text{المجال} \rightarrow R = [r, +\infty)$

$\rightarrow r \leq x + \frac{1}{x} \rightarrow \sqrt{r} \leq \sqrt{x + \frac{1}{x}} \xrightarrow{+1} \sqrt{r} + 1 \leq \sqrt{x + \frac{1}{x}} + 1$

$\xrightarrow{\text{الطرفين نرفعهما للقوة } r} (\sqrt{r} + 1)^r \leq \left(\sqrt{x + \frac{1}{x}} + 1 \right)^r \xrightarrow{-1} (\sqrt{r} + 1)^r - 1 \leq f(x)$

$R_{f(x)} = [r, +\infty)$

ب) $y = (3 - \sin x)(1 + \sin x)$

$-(\sin^2 x - 2 \sin x - 3) = -\sin^2 x + 2 \sin x + 3 = a \square^2 + b \square + c$

$\square \sim \rightarrow \sin x = 1 \rightarrow y = 3$

$\square \sim \rightarrow \sin x = -1 \rightarrow y = 0 \rightarrow R = [0, 3]$

$\square = \frac{b}{-a} \rightarrow \sin x = 1 \rightarrow y = 3$

$f(x) = \frac{-1}{\pi} x + 10$

$D_f = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

①

$f(1) = 10 - \frac{1}{\pi}$

$f(2) = 10 - \frac{2}{\pi}$

$f(3) = 10 - \frac{3}{\pi}$

$f(4) = 10 - \frac{4}{\pi}$

$f(5) = 10 - \frac{5}{\pi}$

$f(6) = 10 - \frac{6}{\pi}$

$f(7) = 10 - \frac{7}{\pi}$

$f(8) = 10 - \frac{8}{\pi}$

$f(9) = 10 - \frac{9}{\pi}$

$\text{فرق} = 10 - 10 = 0$

$\rightarrow 90 - 10 = 80$

s.a.m

$$f(n) = \sqrt{an^2 + bn + c}$$

$$R_{f(n)} = [r, +\infty)$$

$$f(w) = 1$$

✓

$\frac{L_{3,1}}{S_{3,1}}$ $a=0$ ✓ $\rightarrow f(n) = \sqrt{bn+c} \rightarrow bn+c \geq 0 \rightarrow n \geq \frac{-c}{b}$
 $\frac{-c}{b} = r \rightarrow c = -rb$

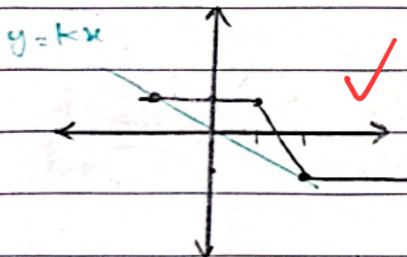
$$f(r) = \sqrt{rb+c} = 1 \rightarrow rb+c=1 \xrightarrow{c=-rb} b=1 \checkmark \quad c=-r$$

$$g(n) = \sqrt{n^2 + r}$$

$$n^2 \geq 0 \xrightarrow{+r} n^2 + r \geq r \xrightarrow{\sqrt{}} \sqrt{n^2 + r} \geq \sqrt{r}$$

$$\rightarrow R_{g(n)} = [r, +\infty) \checkmark$$

$$|n-r| - |n-1| = kn \quad k=?$$



$$(r, -1) \rightarrow -1 = rk \rightarrow k = \frac{-1}{r} \checkmark$$

✓

فإنه إذا كان n عدداً صحيحاً فإن $|n-r| - |n-1|$ عدد صحيح

$$y = n[n]$$

$$n \geq r \rightarrow y = rn$$

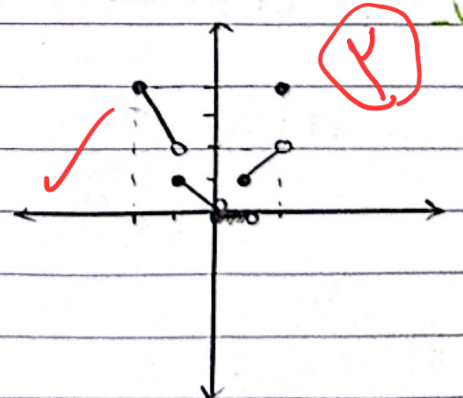
$$1 \leq n < r \rightarrow y = n$$

$$0 \leq n < 1 \rightarrow y = 0$$

$$-1 \leq n < 0 \rightarrow y = -n$$

$$-r \leq n < -1 \rightarrow y = -rn$$

$$R_f = [0, r] - \{r\} \checkmark$$



✓

Subject:

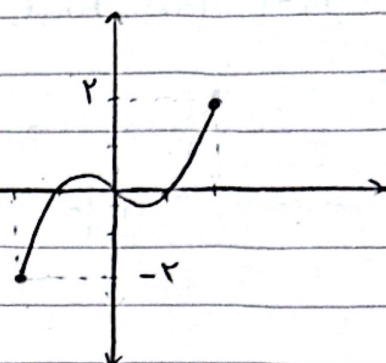
Date: / /

✓ $y = x|x| - x$

$$y = \begin{cases} x^2 - x & x \geq 0 \\ -x^2 - x & x < 0 \end{cases} \quad \checkmark$$

$$x = r \rightarrow y = r$$

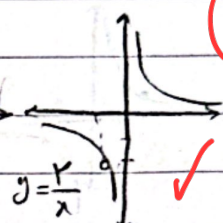
$$x = -r \rightarrow y = -r$$



$R_f = [-r, r] \quad \checkmark$

$$y = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x^2+x}$$

$$y = \frac{x+1+x+1}{x^2+x} = \frac{r(n+1)}{(n)(n+1)} = \checkmark \frac{r}{n} \rightarrow \frac{x+1}{y+1}$$



$R_f = \mathbb{R} \setminus \{0, -1\} \quad \checkmark$

$$f(x) = \frac{x - \sqrt{x} + 1}{x - 2\sqrt{x} + 1} = \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-1)} = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-1} = \frac{a\Box + b}{c\Box + d} \quad \checkmark$$

$\Box \rightarrow f(0) = 1$

$\Box \rightarrow f(+\infty) = 1$ $\xrightarrow[\text{مفرقة}]{\text{نصف}}$ $(-\infty, 1) \cup [1, +\infty) \quad \checkmark$

$x \neq -1 \rightarrow \lim_{x \rightarrow -1} \rightarrow R_f = (-\infty, -1) \cup [-1, +\infty) \quad \checkmark$

s.a.m

Subject:

Date: / /

$$y = \frac{x^r + rx^r - x - r}{x^r - 1} = \frac{x(x^r - 1) + r(x^r - 1)}{x^r - 1} = \frac{(x^r - 1)(x + r)}{(x^r - 1)} \quad (1)$$

$$y = x + r \checkmark \rightarrow \frac{x+1}{y+r}, \frac{x-1}{y-1} \rightarrow R_f = 12 - \{1, r\} \quad (2)$$

$$1 + 10 = 11 \checkmark$$