آیلا فیروزنیا

۱. الف) $y=(x-2[\frac{x}{2}])^2=(2(\frac{x}{2}-[\frac{x}{2}]))^2$ ، $\frac{x}{2}-[\frac{x}{2}] \in [0,1)$

$[0,1)\times 2 \to [0,2) \to [0,2)^2 \to R_f=[0,4)$

ب) $\sin x+\log y-4=0 \to \log y=\sin x+4 \xrightarrow{\sin x=1} \log y=5 \to y=10^5$

$\xrightarrow{\sin x=-1} \log y=3 \to y=10^3$

$\to R_f=[10^3,10^5]$

۲. $y=\sqrt{\frac{x^2-4}{x^2-9}}$ نیمه‌ی گیاه $x=0 \to \frac{4}{9}$ ، $\pm\infty \to 1$ $\longrightarrow (-\infty,\frac{4}{9}]\cup(1,+\infty)$

$\sqrt{(-\infty,\frac{4}{9}]\cup(1,+\infty)}=[0,\frac{2}{3}]\cup(1,+\infty) \to a+b+c=0+\frac{2}{3}+1=\frac{5}{3}$

($a=0$ ، $b=\frac{2}{3}$ ، $c=1$)

۳. الف) $f(x)=x+\frac{1}{x}+2\sqrt{x+\frac{1}{x}}$

$x+\frac{1}{x}$: $[2,+\infty)$ ، $x+\frac{1}{x}$ زیر رادیکال: $[2,+\infty)$ یعنی با معکوس

$\sqrt{[2,+\infty)}=[\sqrt{2},+\infty)\times 2=[2\sqrt{2},+\infty)$

$[2,+\infty)+[2\sqrt{2},+\infty)=[2\sqrt{2}+2,+\infty) = R_f$

ب) $y=(3-\sin x)(1+\sin x) \to y=-\sin^2 x+2\sin x+3$

$1 \to 4$

$-1 \to 0$

$\frac{-b}{2a}$: $(1) \to 4$ ، $\frac{-2}{-2}$

$\longrightarrow R_f=[0,4]$

dotnote

آیلا مهروشنا

۴. $y = -\frac{1}{3}x + 10$ ← در $x=1$: $y = 10 - \frac{1}{3}$ / $x=2$: $x = 10 - \frac{2}{3}$ ... $x=9$: $10 - \frac{9}{3}$

مجموع $= (10 - \frac{1}{3}) + (10 - \frac{2}{3}) + (10 - \frac{3}{3}) + \dots + (10 - \frac{9}{3})$

$(9\times10) + (-\frac{9\times10}{6}) = 90 - 15 = 75$

$\frac{9\times10}{6} = 15$

۵. $f(x) = \sqrt{ax^2+bx+c}$ $\xrightarrow[2]{\text{ریشه مضاعف}}$ $(x-2)^2 = x^2-4x+4$

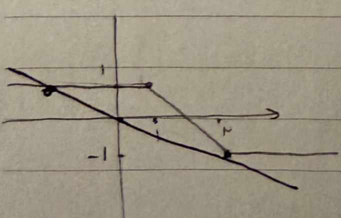
$f(3) = 9 - 12 + 4 = 1$ ✓

$a=1$ / $b=-4$ / $c=4$

$g(x) = \sqrt{-4x^2+x-8}$ ← $\Delta < 0$ ($1-128=-127$) ← زیر رادیکال همواره منفی شده ← $R_g = \emptyset$ پس

۶.

$x<1$	$1 \le x < 2$	$x \ge 2$
$2-x+x-1$	$2-x-x+1$	$x-2-x+1$
1	$-2x+3$	-1



$(0,0)$ / $(2,-1)$ $\xrightarrow{\text{شیب}}$ $\frac{1}{-2}$ ، $\boxed{-\frac{1}{2}}$

Date No

حل مشروحها

۶. $y = x[x]$

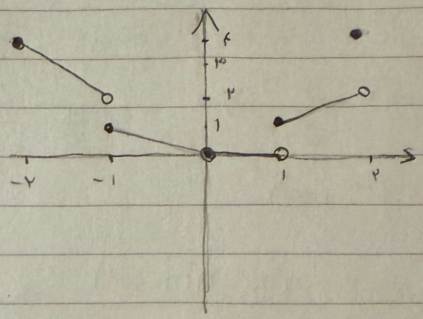
$-2 \le x < -1 \rightarrow -2x$

$-1 \le x < 0 \rightarrow -x$

$0 \le x < 1 \rightarrow 0$

$1 \le x < 2 \rightarrow x$

$x \ge 2 \rightarrow 4$



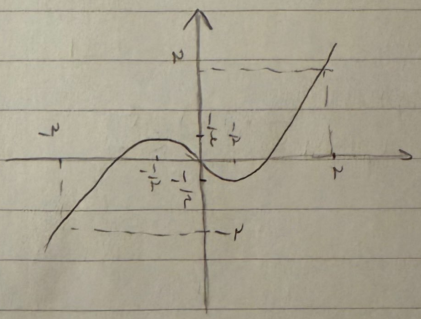
$R_f = [0, 4]$

ب) $y = x|x| - x$

$x = 0$

$-x^2 - x$ $\quad$ $x^2 - x$

$R_f = [-2, 2]$

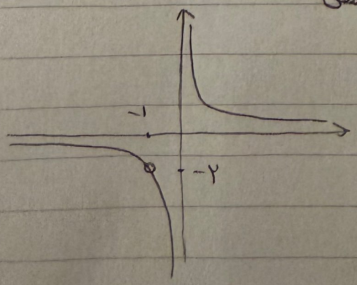


۷. $y = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x^2+x} = \frac{(x+1)+x+1}{x(x+1)} = \frac{2x+2}{x(x+1)} = \frac{2(x+1)}{x(x+1)}$

$x \neq 0 \; / \; x \neq -1$

$= \frac{2}{x}$

$a = 0$ خط مجانب افقی



$\rightarrow R_f = \mathbb{R} - \{0, 2\}$

dotnote

آیلا فرودنیا

$$f(x) = \frac{x - 4\sqrt{x} + 3}{x - 2\sqrt{x} + 1} = \frac{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-1)} = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-1}$$ ۹.

$$\to y = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-1} \to \sqrt{x} = \frac{y-3}{y-1} \geq 0$$

	1		3	
+	ن.ت	−	0	+

$$\to R_f = (-\infty, 1) \cup [3, +\infty)$$

$$f(x) = \frac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{x^2 - 1} = \frac{(x^2-1)(x+2)}{x^2-1} = x + 2$$ ۱۰.

$$x \neq \pm 1$$

$$x = 1 \to 1 + 2 = 3 \to (1, 3)$$

$$x = -1 \to -1 + 2 = 1 \to (-1, 1)$$

$$\to 3 + 1 = 4$$