سپیدا موسوی — تکلیف ۴ — دوازدهم دختر A

۱) الف) $y=(x-2[\frac{x}{2}])^2 = (2(\frac{x}{2}-[\frac{x}{2}]))^2$

$\frac{x}{2}-[\frac{x}{2}]$ → برد مشخص $[0,1)$ $\xrightarrow{\times 2}$ $R=[0,2)$ → به توان ۲ → $R=[0,4)$

ب) $-\sin x+\log y-4=0 \rightarrow \log y=\sin x+4$ ؛ $\sin x \in [-1,1]$ $\rightarrow$ محدوده $\log y$ $=[3,5]$ $\rightarrow$ $R=[10^3,10^5]$

---

۲) برد تابع $f(x)=\sqrt{\frac{(x^2-4)}{x^2-9}}$ به صورت $[a,b]\cup(c,+\infty)$ است. $?=a+b+c$

$\max x^2=+\infty$ → حدود عبارت زیر رادیکال به ازای $+\infty$ → 1

$\min x^2=0$ → عبارت زیر رادیکال به ازای صفر → $\frac{4}{9}$

مخرج قابلیت صفر شدن داره → $R_{\text{زیر رادیکال}}=(-\infty,\frac{4}{9}]\cup(1,+\infty)$

$R_f=[0,\frac{2}{3}]\cup(1,+\infty)$ ؛ $a=0$ ، $b=\frac{2}{3}$ ، $c=1$

$a+b+c=0+1+\frac{2}{3}=\frac{5}{3}$

---

۳) الف) $f(x)=x+\frac{1}{x}+2\sqrt{x+\frac{1}{x}}$

$x+\frac{1}{x}$: برد $=(-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$

$\sqrt{x+\frac{1}{x}}$: برد قابل قبول $=[\sqrt{2},+\infty)$ $\xrightarrow{\times 2}$ $[2\sqrt{2},+\infty)$

$R_f=(-\infty,-2]\cup[2+2\sqrt{2},+\infty)$

ب) $y=(3-\sin x)(1+\sin x)=-(\sin x-3)(\sin x+1)=-\sin^2x+2\sin x+3$ $\rightarrow$

$\sin x=-1 \rightarrow y=0$

$\sin x=1 \rightarrow y=4$

$\sin x=\frac{-b}{2a}=\frac{-2}{-2}=1 \rightarrow y=4$

$\rightarrow R=[0,4]$

---

۴) $f=\{(1,\frac{29}{3}),(2,\frac{28}{3}),(3,9),(4,\frac{26}{3}),(5,\frac{25}{3}),(6,8),(7,\frac{23}{3}),(8,\frac{22}{3}),(9,7)\}$

$\frac{29+28+\dots+21}{3}=\frac{225}{3}=75$

---

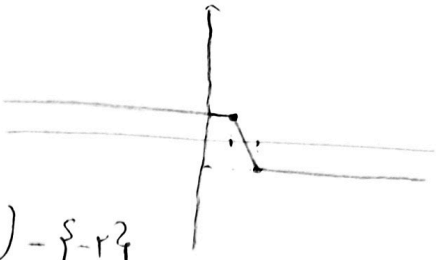
۵) $f(x)=\sqrt{ax^2+bx+c}$ تعریف‌شده در $[2,+\infty)$ $\rightarrow a=0$ $\rightarrow$ زیر رادیکال خطی است

$\begin{cases}2b+c=0\\3b+c=1\end{cases} \rightarrow \begin{cases}-2b-c=0\\3b+c=1\end{cases} \rightarrow b=1 \rightarrow c=-2 \rightarrow g(x)=\sqrt{x^2+4}$

$R_g=[2,+\infty)$

(۶

$y = |x-۲| - |x-۱|$ ⟶



$m = \frac{-۲}{۱} = -۲ \longrightarrow k \in (-\infty, ۰) - \{-۲\}$

(۷

الف) $y = x[x]$ ⟶

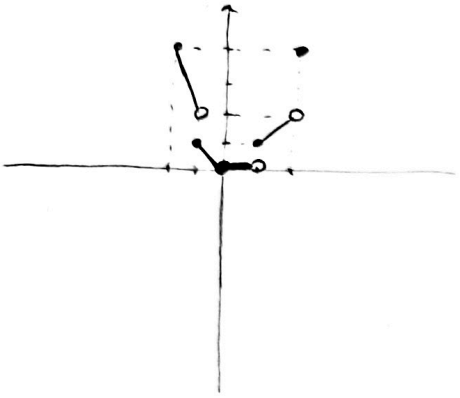
$[-۲, -۱) : -۲x$

$[-۱, ۰) : -x$

$[۰, ۱) : ۰$

$[۱, ۲) : x$

$\{۲\} : ۲$

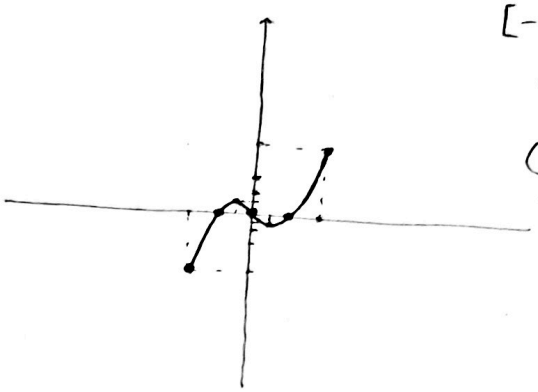


ب) $x|x| - x$

$[-۲, ۰) : -x^۲ - x$

$\{۰\} : ۰$

$(۰, ۲] : x^۲ - x$



(۸

$y = \frac{۱}{x} + \frac{۱}{x+۱} + \frac{۱}{x^۲+x} = \frac{۲x+۲}{x^۲+x} = \frac{۲(x+۱)}{x(x+۱)} = \frac{۲}{x}$

$x(x+۱)$ ⟵ -۱

$R - \{۰\} = \frac{۲}{x} \gtrless x$

$R_f = \mathbb{R} - \{۰, -۱\}$

$۰ - ۱ = -۱$

(۹

$f(x) = \frac{x - ۴\sqrt{x} + ۳}{x - ۲\sqrt{x} + ۱} \longrightarrow y = \frac{(\sqrt{x}-۱)(\sqrt{x}-۳)}{(\sqrt{x}-۱)^۲} \longrightarrow y = \frac{\sqrt{x}-۳}{\sqrt{x}-۱}$ ⟶

$y\sqrt{x} - y = \sqrt{x} - ۳ \longrightarrow (۱-y)\sqrt{x} = ۳ - y \longrightarrow \sqrt{x} = \frac{y-۳}{y-۱} \longrightarrow \frac{y-۳}{y-۱} \geq ۰$

$\sqrt{x} \neq ۱ \;,\; \sqrt{x} \geq ۰$ ⟵

	۱	۳	
	+	‖ −	+

$R_f = (-\infty, ۱) \cup [۳, +\infty) = \mathbb{R} - [۱, ۳)$ ⟵

(۱۰

$f(x) = \frac{x^۳ + ۲x^۲ - x - ۲}{x^۲ - ۱} = \frac{(x-۱)(x+۱)(x+۲)}{(x+۱)(x-۱)}$ ⟶

-۱ ⟵ ⟶ ۱

$R_f = \mathbb{R} - \{-۱, ۱\} \longrightarrow -۱ + ۱ = ۰$