

«دوازدهم رشتہ A جمعہ»

۲۵

«امید آفتاب الحسنی»

$$y = \left(2 - 2 \left[\frac{2}{y} \right] \right)^2$$

$$y = \left(2 \left(\frac{2}{y} - \left[\frac{2}{y} \right] \right) \right)^2 \quad \checkmark$$

$$R = [0, 1) \xrightarrow{\lambda^2} R = [0, 2) \xrightarrow{\text{بہت کم}} R = [0, 4) \quad \checkmark$$

(۲)

$$\sin x + \log x - 4 = 0$$

$$\log y = \sin x + 4 \rightarrow -1 \leq \sin x \leq 1 \rightarrow 3 \leq \sin x + 4 \leq 5$$

$$3 \leq \log y \leq 5 \rightarrow 10^3 \leq y \leq 10^5 \rightarrow R = [10^3, 10^5] \quad \checkmark$$

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 4}{x^2 - 9}} \rightarrow R_f = [a, b] \cup (c, +\infty)$$

$$a + b + c = ?$$

$$y = \frac{x^2 - 4}{x^2 - 9} \rightarrow x^2 y - 9y = x^2 - 4 \rightarrow x^2 y - x^2 - 9y + 4 = 0$$

$$\Rightarrow (y - 1)x^2 - 9y + 4 = 0$$

$$\Delta = -4(y - 1)(-9y + 4) \geq 0 \Rightarrow \Delta = 36y^2 - 14y - 36y + 14 \geq 0$$

$$\Delta = 36y^2 - 50y + 14 \geq 0 \Rightarrow \Delta = 9y^2 - 13y + 4 \geq 0$$

$$* y^2 - 13y + 4 = 0$$

$$(y - 9)(y - 4) = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y = \frac{4}{9} \\ y = 1 \end{array} \right. \Rightarrow \begin{array}{c} \frac{4}{9} \quad 1 \\ + \quad - \quad - \quad + \end{array}$$

$$\frac{x^2 - 4}{x^2 - 9} = 1 \rightarrow x^2 - 4 = x^2 - 9$$

چون در ابتدا $y \neq 1$ فرض کردیم باید $y = 1$ را جداگانه کنیم

✓ که غیر قابل قبول است پس $y = 1$ را جداگانه می‌کنیم: $(-\infty, \frac{4}{9}] \cup (1, +\infty)$

$$\sqrt{(-\infty, \frac{4}{9}] \cup (1, +\infty)} = \left[\underset{a}{0}, \underset{b}{\left(\frac{4}{9} \right)} \right] \cup \left(\underset{c}{1}, +\infty \right) \quad \checkmark$$

$$a + b + c = 0 + \frac{4}{9} + 1 = \frac{13}{9} \quad \checkmark$$

$a + \frac{1}{a}$ عبارت $a + \frac{1}{a}$ از a و $\frac{1}{a}$ عبارت است پس
 قطعاً به صورت $[r, +\infty)$ می باشد.

الف) $f(a) = a + \frac{1}{a} + 2\sqrt{a + \frac{1}{a}}$

$f(a) = \left(\sqrt{a + \frac{1}{a}} + 1 \right)^2 - 1$

$\sqrt{a + \frac{1}{a}} = \sqrt{r} \rightarrow (\sqrt{r} + 1)^2 - 1 = r + 1 + 2\sqrt{r} - 1 = r + 2\sqrt{r}$

$\sqrt{a + \frac{1}{a}} = \infty \rightarrow y = \infty$

$\Rightarrow R_f = [r + 2\sqrt{r}, +\infty)$

ب) $y = (r - \sin a)(1 + \sin a)$

$y = r + r \sin a - \sin a - \sin^2 a \Rightarrow y = -\sin^2 a + r \sin a + r$

$\sin a \begin{cases} \rightarrow \textcircled{1} \rightarrow y = -1 - r + r = 0 \\ \rightarrow \textcircled{2} \rightarrow y = -1 + r + r = r \\ \rightarrow \frac{-r}{-2} = 1 \rightarrow y = r \end{cases} \Rightarrow R = [0, r]$

$f(a) = \frac{1}{a} + 10 \rightarrow D_f = \{1, 2, 3, 4, \dots, 9\}$

$f(1) = \frac{-1}{1} + 10 = \frac{29}{1}, f(2) = \frac{-2}{2} + 10 = \frac{28}{2}, f(3) = \frac{-3}{3} + 10 = \frac{27}{3}, \dots$

$f(9) = \frac{-9}{9} + 10 = \frac{21}{1}$

$\frac{29 + 28 + 27 + \dots + 21}{1} = \frac{225}{1} = 225$

$f(a) = \sqrt{aa^2 + ba + c} \rightarrow D_f = [r, +\infty)$ و $f(1) = 1$

$aa^2 + ba + c > 0 \rightarrow \frac{1}{a} + \dots$

$f(1) = 0 \rightarrow 1b + c = 0$

$f(2) = 1 \rightarrow 4b + c = 1$

$b = 1, c = -2$

$\Rightarrow g(a) = \sqrt{ba^2 + aa + c}$

$\Rightarrow g(a) = \sqrt{a^2 + 4}$

$[r, +\infty)$ عبارت دوم است پس: $[r, +\infty)$

$\sqrt{[r, +\infty)} = [r, +\infty)$

$$|x-2| - |x-1| = kx$$

خط kx از مبدأ می‌گذرد و احتمال وجود دارد:

① شیب kx مثبت باشد که در این صورت تابع اصلی را چند اشتراک نقطه

مقاطع می‌گذراند پس k نباید مثبت باشد

② شیب kx منفی باشد که می‌تواند مطابق

سطح تابع اصلی را در دو نقطه تقاطع کند

(kx در نقطه $(-1, -2)$ مماس بر نمودار می‌شود)

$$x=2 \rightarrow 2k = -1 \rightarrow k = -\frac{1}{2}$$

پس: ②

$$y = g(x)$$

$$x \in [-2, 2]$$

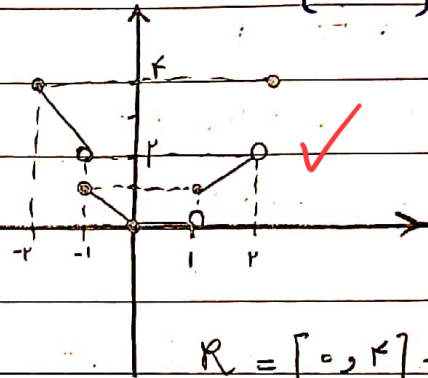
$$-2 \leq x < -1 \rightarrow y = -2x$$

$$-1 \leq x < 0 \rightarrow y = -x$$

$$0 \leq x < 1 \rightarrow y = 0$$

$$1 \leq x < 2 \rightarrow y = x$$

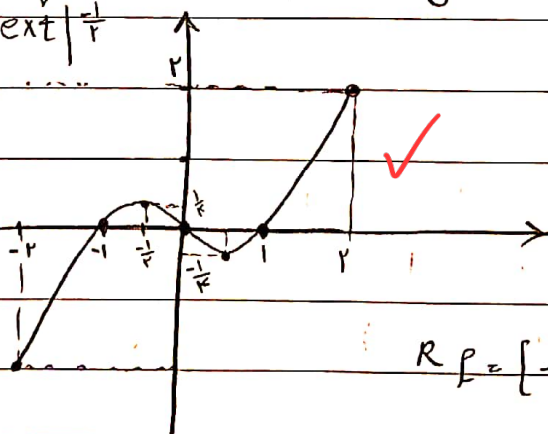
$$x=2 \rightarrow y = 2x$$



$$R = [0, 4] - \{2\}$$

$$x < 0 \rightarrow -x^2 - x \quad \text{ext } \frac{1}{x}$$

$$x > 0 \rightarrow y = x^2 - x \quad \text{ext } \frac{1}{x}$$



$$R_f = [-2, 2]$$

$$y = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x^2+x} \dots \dots \dots 1$$

$$y = \frac{x+1+x+1}{x^2+x} \Rightarrow y = \frac{2x+2}{x^2+x} = \frac{2(x+1)}{x(x+1)} = \frac{2}{x} \checkmark$$

این تابع ساده شده به صورت $y = \frac{2}{x}$ است اما باید توجه کنیم که تابع اولیه $x=0$ و $x=-1$ را نمی پذیرد
تابع ساده شده هم $x=0$ را نمی پذیرد اما نباید $x=-1$ را بپذیرد پس در برآیند باید -1 باشد پس:

$$R = \mathbb{R} - \{0, -1\} \checkmark$$

$$\mathbb{R} - \{a, b\} \Rightarrow a+b = -2 \checkmark$$

$$f(x) = \frac{x - 2\sqrt{x} + 3}{x - 2\sqrt{x} + 1} \quad D_f: \mathbb{R} - \{1\}$$

این تابع هم یک را نمی پذیرد

$$f(x) = \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-1)} = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-1} \Rightarrow y = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-1} \checkmark$$

$$y\sqrt{x} - y = \sqrt{x} - 3$$

$$(y-1)\sqrt{x} = y-3 \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{y-3}{y-1}$$

$$R_f = (-\infty, 1) \cup [3, +\infty) \checkmark$$

مع ضرایب $= 0$ پس علی (2-1) طیف

$$f(x) = \frac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{x^2 - 1}$$

$$f(x) = \frac{(x-1)(x^2+3x+2)}{(x-1)(x+1)} = \frac{(x+1)(x+2)}{(x+1)}$$

$$\Rightarrow f(x) = x+2 \checkmark$$

چون در تابع اولیه $x \neq -1$ و $x \neq 1$ پس
در برد هم $y \neq 1$ و $y \neq 3$ است پس:

$$R_f = \mathbb{R} - \{3, 1\} \checkmark$$

مجموع زوج $\rightarrow 3+1 = 4$ جواب علی $\checkmark$