رسارا امینی راد　　۱۴٫۲۵

① ۱٫۵

الف) $y=(x-2[\frac{x}{2}])^2 \xrightarrow{\text{از ۲ فاکتور}} y=2(\frac{x}{2}-[\frac{x}{2}])^2$ 　 $4(\frac{x}{2}-[\frac{x}{2}])^2$

$0\leq \square-[\square]<1$ ✓

$0\leq \frac{x}{2}-[\frac{x}{2}]<1 \xrightarrow{\text{به توان دو}} 0\leq (\frac{x}{2}-[\frac{x}{2}])^2<1 \quad \times 2$

$R_f=[0,2) \leftarrow 0\leq 2(\frac{x}{2}-[\frac{x}{2}])^2<2$

۲ که فاکتور می‌گیریم نیز باید به توان دو برسد

$R_f=[0,4)$

ب) $-\sin x+\log y-4=0 \to \log y=\sin x+4 \to y=10^{\sin x+4}$

$-1\leq \sin x\leq 1 \to 3\leq \sin x+4\leq 5$ 　 $R_f=[10^3,10^5]$ ✓

② ۵ صحیح

فرم $\frac{a\square+b}{c\square+d}$ 　 $\square \to \begin{cases}\infty \to 1 \\ 0\to \frac{4}{9}\end{cases}$

$\sqrt{\frac{x^2-4}{x^2-9}}$ 　 $x^2 \to$ توان دوم $\to 0 , 1$

$\to x^2=0 \to \sqrt{\frac{-4}{-9}}=\frac{2}{3}$ 　 $R_f=(-\infty,\sqrt{\frac{3}{8}}]\cup[\frac{2}{3},+\infty)$

$x^2=9 \to x=\pm 3$ } → مخرج صفر می‌شود

$x^2=1 \to \sqrt{\frac{1-4}{1-9}}=\sqrt{\frac{-3}{-8}}=\sqrt{\frac{3}{8}}$

مخرج صفر می‌شود پس خارج دو عدد، رادیکال را نیز اعمال می‌کنیم

$R_f=[0,\frac{2}{3}]\cup(1,+\infty)$

$a+b+c=\frac{5}{3}$

③ ۲

الف) $x+\frac{1}{x}+2\sqrt{x+\frac{1}{x}}+1-1$

$y=(\sqrt{x+\frac{1}{x}}+1)^2-1 \to$ کمترین عبارت پرانتز $\to (\sqrt2+1)^2-1=2+1+2\sqrt2-1=2+2\sqrt2$

$R_f=[2+2\sqrt2,+\infty)$ ✓

ب) $(3-\sin x)(1+\sin x)=3+3\sin x-\sin x-\sin^2 x=-\sin^2 x+2\sin x+3$

$-(-1)^2+2(-1)+3=-1-2+3=0 \leftarrow -1 \leftarrow$ توان ۱

$-1+2+3=4 \leftarrow 1$

$R_f=[0,4]$ ✓

$\sin x=\frac{-2}{-2}=+1 \to -1+2+3=4 \leftarrow -\frac{b}{2a}$

④ ۲

$f(x)=-\frac{1}{3}x+10$

$x=1 \xrightarrow{\text{جایگذاری}} -\frac{1}{3}+10$

$x=2 \to -\frac{2}{3}+10$

$x=3 \to -\frac{3}{3}+10$

$x=4 \to -\frac{4}{3}+10$

$x=5 \to -\frac{5}{3}+10$

$x=6 \to -\frac{6}{3}+10$

$x=7 \to -\frac{7}{3}+10$

$x=8 \to -\frac{8}{3}+10$

$x=9 \to -\frac{9}{3}+10$ ✓

مجموع $=-\frac{1}{3}+10-\frac{2}{3}+10-\frac{3}{3}+10-\frac{4}{3}+10-\frac{5}{3}+10$

$R_f$ $-\frac{6}{3}+10-\frac{7}{3}+10-\frac{8}{3}+10-\frac{9}{3}+10$

$=90-\frac{45}{3}=90-15=75$ ✓

⑤ ۲

دقت حاصله

$[A,+\infty) \to$ آ / صفر ✓ $\to$ پس $a=0$ ✓

$\sqrt{bx+c}$ 　 $bx+c\geq 0 \to bx\geq -c$ 　 $x\geq -\frac{c}{b}$

$-\frac{c}{b}=2$

$\sqrt{bx-2b} \Rightarrow \sqrt{3b-2b}=1$ 　 $-c=2b$ 　 $c=-2b$

$\sqrt{bx^2+ax-2c} \to \sqrt{x^2+4} \to -\frac{b}{2a}=0$ 　 $y_s=4$

$\sqrt b=1 \to b=1$ ✓ 　 $c=-2$ ✓

$\to \sqrt{[4,+\infty)} = [2,+\infty) \leftarrow R_f$ ✓

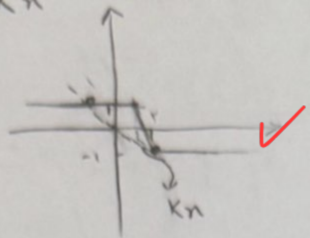
Scanned with CamScanner

اسرا امینی راد

④ ۲

$\overset{2}{|x-2|} - \overset{1}{|x-1|} = kx$

اول رسم میکنیم → تابع سرسره



$x=2$

$\to |2-2| - |2-1|$

$\to 0 - 1 = -1$

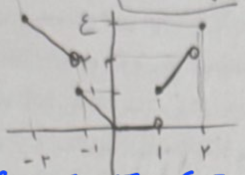
$x=1 \to |1-2| - |1-1|$

$|-1| - 0 = 1$

نقاط $= (0,0)\ (2,-1)$

$-1 = 2k \to \boxed{k = -\frac{1}{2}}$

⑦ قسمت الف رسم ۱,۲۵



الف) $y = x[x]$

بازه بندی ها باید نوشته شود.

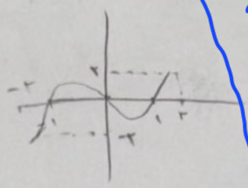
$R_f = [0,4] - \{2\}$

$$\begin{cases} -2 \le x < -1 \to -2x \\ -1 \le x < 0 \to -x \\ 0 \le x < 1 \to 0 \\ 1 \le x < 2 \to x \\ x = 2 \to 2x \end{cases}$$

ب) $x|x| - x$

$\nearrow x(x) - x = x^2 - x \qquad x \ge 0$

$\searrow x(-x) - x = -x^2 - x \qquad x < 0$



$x = 2 \to y = 4 - 2 = 2$

$x = -2 \to y = -(4) - (-2) = -4 + 2 = -2 \qquad R_f = [-2, 2]$

⑧ ۱

$y = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x^2+x}$ ($x(x+1)$, $x$) $\Rightarrow y = \frac{x+1+x+1}{x^2+x} = \frac{2x+2}{x^2+x} = \frac{2(\cancel{x+1})}{x(\cancel{x+1})} = \frac{2}{x}$

$R_f = \mathbb{R} - \{-2, 0\} \qquad a + b = -2 \qquad x \neq 0, -1$

$-2 + 1 = (-1) \leftarrow R - \{-2, 1\}$ $\qquad$ پس $R_f \neq -2, 1$

⑨ ۰,۲۵

جمله مشترک

$y = \frac{x - 4\sqrt{x} + 3}{x - 2\sqrt{x} + 1} = \frac{(\cancel{\sqrt{x}-1})(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-1)^2} \Rightarrow y = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-1}$

اتحاد مربع

$(\sqrt{x}-1)^2 \neq 0$

$x \neq 1$

مشابه کامل

فرم $\frac{a\square + b}{c\square + d}$

$R_f = R - \{1\}$

$\square \to$ min $\to f(\infty) = 1$

max $\to f(0) = 3$

چون مخرج صفر می‌شود خارج دو عدد

زیرا $\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-1} = 1 \to \sqrt{x} - 3 = \sqrt{x} - 1 \Rightarrow 0 = 2$ تناقض ××

$R_f = (-\infty, 1) \cup [3, +\infty)$

⑩ ۲

مجموع ضرایب صفر → بر $(x-1)$ بخش‌پذیر

$y = \frac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{x^2 - 1} = \frac{(x-1)(x^2+3x+2)}{(x+1)(x-1)} = \frac{(x-1)(x+1)(x+2)}{(\cancel{x+1})(\cancel{x-1})} = y \to y = x + 2$

$x^2 - 1 = (x+1)(x-1)$

$x \neq -1, 1$

$x = -1 \qquad y = -1 + 2 = 1$

$x = 1 \qquad y = 1 + 2 = 3$

$R_f \neq \{1, 3\}$

$1 + 3 = 4$

Scanned with CamScanner