دسارا امینی راد

① الف) $y=(x-2[\frac{x}{2}])^2 \xrightarrow{\text{از ۲ فاکتور}} y=2(\frac{x}{2}-[\frac{x}{2}])^2$

$0 \leq \square - [\square] < 1$

$0 \leq \frac{x}{2}-[\frac{x}{2}]<1 \xrightarrow{\text{به توان دو}} 0 \leq \frac{x}{2}-[\frac{x}{2}]<1 \;] \times 2$

$R_f=[0,2) \leftarrow 0 \leq 2(\frac{x}{2}-[\frac{x}{2}])<2$

ب) $-\sin x+\log y-4=0 \rightarrow \log y=\sin x+4 \rightarrow y=10^{\sin x+4}$

$-1 \leq \sin x \leq 1 \rightarrow 3 \leq \sin x+4 \leq 5$

$R_f=[10^3, 10^5]$

② $\sqrt{\frac{x^2-4}{x^2-9}}$ $\quad x^2 \rightarrow$ توان دو ← 0 ، 1

$\rightarrow x^2=0 \rightarrow \sqrt{\frac{-4}{-9}}=\frac{2}{3} \quad R_f=(-\infty, \sqrt{\frac{3}{8}}] \cup [\frac{2}{3},+\infty)$

$x^2=9 \rightarrow x=\pm 3 \} \rightarrow$ مخرج صفر می‌شود غیر قابل قبول

$x^2=1 \rightarrow \sqrt{\frac{1-4}{1-9}}=\sqrt{\frac{-3}{-8}}=\sqrt{\frac{3}{8}}$ $\quad \sqrt{\frac{4}{9}}$

③ الف) $x+\frac{1}{x}+2\sqrt{x+\frac{1}{x}}+1-1$

$y=(\sqrt{x+\frac{1}{x}}+1)^2-1 \rightarrow$ کمترین عبارت زیر رادیکال $\rightarrow (\sqrt{2}+1)^2-1=2+\cancel{1}+2\sqrt{2}-\cancel{1}=2+2\sqrt{2}$

$R_f=[2+2\sqrt{2},+\infty)$

ب) $(3-\sin x)(1+\sin x)=3+3\sin x-\sin x-\sin^2 x=-\sin^2 x+2\sin x+3$

$-(-1)^2+2(-1)+3=-1-2+3=0 \leftarrow -1 \leftarrow$ توان ۱

$-1+2+3=4 \leftarrow 1$

$R_f=[0,4]$

$\sin x=\frac{-2}{-2}=+1 \rightarrow -1+2+3=4 \leftarrow -\frac{b}{2a}$

④ $f(x)=-\frac{1}{3}x+10$

$x=1 \xrightarrow{\text{جایگذاری}} -\frac{1}{3}+10$
$x=2 \rightarrow -\frac{2}{3}+10$
$x=3 \rightarrow -\frac{3}{3}+10$
$x=4 \rightarrow -\frac{4}{5}+10$
$x=5 \rightarrow -\frac{5}{5}+10$
$x=6 \rightarrow -\frac{6}{5}+10$
$x=7 \rightarrow -\frac{7}{5}+10$
$x=8 \rightarrow -\frac{8}{5}+10$
$x=9 \rightarrow -\frac{9}{5}+10$

مجموع $R_f = -\frac{1}{3}+10-\frac{2}{3}+10-\frac{3}{3}+10-\frac{4}{5}+10-\frac{5}{5}+10-\frac{6}{5}+10-\frac{7}{5}+10-\frac{8}{5}+10-\frac{9}{5}+10$

$=90-\frac{45}{3}=90-15=75$

⑤ دامنه

$[m,+\infty) \rightarrow$ تابع خطی $\rightarrow$ پس $a=0$ $\quad \sqrt{bx+c}$

$bx+c \geq 0 \rightarrow bx \geq -c \quad x \geq -\frac{c}{b}$

$\sqrt{bx^2+ax-2c}$ $\quad \downarrow \sqrt{bx-2b} \Rightarrow \sqrt{3b-2b}=1$

$-\frac{c}{b}=2$

$-c=2b$

$c=-2b$

$\rightarrow \sqrt{x^2+4} \rightarrow -\frac{b}{2a}=0 \quad y_s=4$ $\quad \sqrt{b}=1 \rightarrow b=1$ $\quad c=-2$

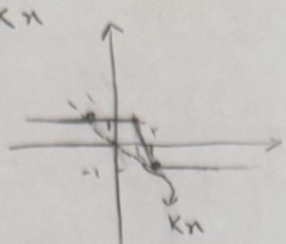
$\rightarrow \sqrt{[4,+\infty)}=[2,+\infty) \leftarrow R_f$

سارا امینی راد

۶

$\overset{2}{|x-2|} - \overset{1}{|x-1|} = kx$

اول رسم می‌کنیم $\rightarrow$ تابع سه‌ضابطه‌ای



$x=2$

$\Rightarrow |2-2| - |2-1|$

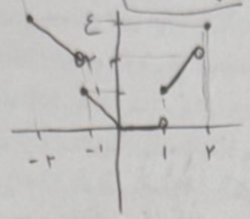
$\Rightarrow 0 - 1 = -1$

$x=1 \rightarrow |1-2| - |1-1|$

$|-1| - 0 = 1$

نقاط $= (0,0)\ (2,-1)$

$-1 = 2k \rightarrow \boxed{k = -\frac{1}{2}}$



۷

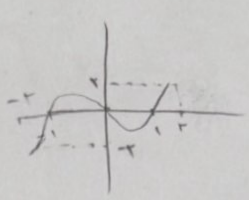
تمرین الف ؟

الف) $y = x[x]$ ؟

ب) $x|x| - x$

$x(x) - x = x^2 - x \qquad x \geq 0$

$x(-x) - x = -x^2 - x \qquad x < 0$



$x = 2 \rightarrow y = 4 - 2 = 2$

$x = -2 \rightarrow y = -(4) - (-2) = -4 + 2 = -2$

۸

$y = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x^2+x} \Rightarrow y = \frac{x+1+x+1}{x^2+x} = \frac{2x+2}{x^2+x} = \frac{2(\cancel{x+1})}{x(\cancel{x+1})} = \frac{2}{x}$

$x(x+1) \qquad 1x$

$x \neq 0, -1$

$-2+1 = -1 \leftarrow R - \{-2, 1\}$ پس $R_f \neq -2, 1$

۹

$y = \frac{x - 4\sqrt{x} + 3}{x - 2\sqrt{x} + 1} = \frac{(\cancel{\sqrt{x}-1})(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-1)^2} \Rightarrow y = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-1}$

عامل مشترک

ساده شدن

مربع کامل

$(\sqrt{x}-1)^2 \neq 0$

$x \neq 1$

$R_f = R - \{1\}$

زیرا $\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-1} = 1 \rightarrow \sqrt{x} - 3 = \sqrt{x} - 1 \Rightarrow 0 = 2$ تناقض ××

۱۰

جمع ضرایب صفر $\rightarrow$ بر $(x-1)$ $\rightarrow$ بخش‌پذیر

$y = \frac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{x^2 - 1} = \frac{(x-1)(x^2+3x+2)}{(x+1)(x-1)} = \frac{(\cancel{x-1})(\cancel{x+1})(x+2)}{(\cancel{x+1})(\cancel{x-1})} = y \rightarrow y = x+2$

$(x+1)(x-1)$

$x \neq -1, 1$

$x = -1 \qquad y = -1 + 2 = 1$

$x = 1 \qquad y = 1 + 2 = 3$

$R_f \neq \{1, 3\}$

$1 + 3 = 4$