حلنامه محمودی، دوازدهم تجربی، تست شماره ④

۱۹

①:

الف) $(x-2[\frac{x}{2}])^2 \to (2(\frac{x}{2}-[\frac{x}{2}]))^2 \quad \square-[\square]\in[0,1)$

$0\le \frac{x}{2}-[\frac{x}{2}]<1 \xrightarrow{\times 2} 0\le 2(\frac{x}{2}-[\frac{x}{2}])<2 \xrightarrow{\text{به توان ۲}} 0\le y<4$

$\Rightarrow \boxed{R_f=[0,4)}$

ب) $-\sin x+\log y-4=0 \Rightarrow \log y=\sin x+4 \Rightarrow -1\le \sin x\le 1 \Rightarrow 3\le \sin x+4\le 5$

$\Rightarrow 3\le \log y\le 5 \Rightarrow \boxed{10^3\le y\le 10^5}$

۲

②:

$f(x)=\sqrt{\frac{x^2-4}{x^2-9}} \Rightarrow y^2=\frac{x^2-4}{x^2-9} \Rightarrow x^2y^2-9y^2=x^2-4 \Rightarrow x^2y^2-x^2=9y^2-4$

$\Rightarrow x^2(y^2-1)=9y^2-4 \Rightarrow x^2=\frac{9y^2-4}{y^2-1} \Rightarrow x=\pm\sqrt{\frac{9y^2-4}{y^2-1}} \Rightarrow \frac{9y^2-4}{y^2-1}\ge 0 \xrightarrow[y=\pm 1]{y=\pm\frac{2}{3}}$

	-1		$-\frac{2}{3}$		$\frac{2}{3}$		1	
$+$		$-$		$+$		$-$		$+$

$y\ge 0$

$\Rightarrow [0,\frac{2}{3}]\cup(1,+\infty) \to a+b+c=0+\frac{2}{3}+1=\frac{5}{3}$

۲

③:

الف) $f(x)=x+\frac{1}{x}+2\sqrt{x+\frac{1}{x}} \Rightarrow (\sqrt{x+\frac{1}{x}}+1)^2-1$

$\xrightarrow{\text{کمترین مقدار}} (\sqrt{2}+1)^2-1 \Rightarrow 2+\cancel{1}+2\sqrt{2}-\cancel{1}=2\sqrt{2}+2 \Rightarrow \boxed{[2+2\sqrt{2},+\infty)}$

ب) $y=(3-\sin x)(1+\sin x)$

$\to 3+3\sin x-\sin x-\sin^2 x$

$\Rightarrow -\sin^2 x+2\sin x+3 \Rightarrow \square \xrightarrow{\max} 1 \Rightarrow -1+2+3=4$

$\square \xrightarrow{\min} -1 \Rightarrow -1-2+3=0 \Rightarrow \boxed{R=[0,4]}$

$\frac{-b}{2a} \to \frac{-2}{-2}=1 \to -1+2+3=4$

۲

④: اعداد طبیعی یک رقمی $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$

$f(x)=-\frac{1}{3}x+10$

$\Rightarrow x=1 \to y=10-\frac{1}{3}=\frac{29}{3}$

$\Rightarrow x=2 \to y=10-\frac{2}{3}=\frac{28}{3}$

$\Rightarrow x=3 \to y=10-1=9$

$\Rightarrow x=4 \to y=10-\frac{4}{3}=\frac{26}{3}$

$\Rightarrow x=5 \to y=10-\frac{5}{3}=\frac{25}{3}$

$\Rightarrow x=6 \to y=10-\frac{6}{3}=\frac{24}{3}$

$\Rightarrow x=7 \to y=10-\frac{7}{3}=\frac{23}{3}$

$x=8 \to y=10-\frac{8}{3}=\frac{22}{3}$

$x=9 \to y=10-3=7$

$\xrightarrow[\text{مجموع برد تابع}]{\text{مجموع همه این اعداد}} 75$

۲

۵:

۲

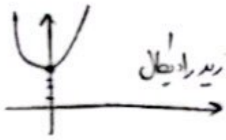
$f(x) = \sqrt{ax^2+bx+c} \xrightarrow[\text{باید خطا شود و نمی‌تواند}]{\text{با توجه به } [2,+\infty)} \underline{a=0}$ ✓ $\quad f(3)=1 \Rightarrow 3b+c=1$

کمی باشد

تعیین علامت آن

بدین صورت است $\Rightarrow \dfrac{\quad 2 \quad}{-\ \ \phi\ \ +} \Rightarrow f(2)=0 \Rightarrow 2b+c=0 \xrightarrow{-2b-c=0} \Rightarrow \underline{b=1}$ ✓ $\quad 3(1)+c=1 \Rightarrow \underline{c=-2}$ ✓

$\Rightarrow f(x) = \sqrt{bx^2+ax-2c} \Rightarrow \sqrt{x^2+4} \Rightarrow$ زیر رادیکال

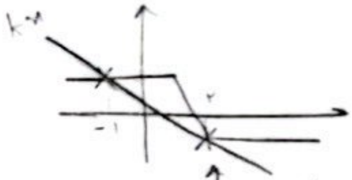


زیر رادیکال $R = [4,+\infty) \xrightarrow[\text{اعمال شد}]{\text{رادیکال باید}} \Rightarrow \boxed{[2,+\infty)}$ ✓ ✓

۶:

$|x-2|-|x-1| = kx \longrightarrow$ جواب (ج)

شکل ←



$\Rightarrow y = kx \xrightarrow{(2,-1)} -1 = 2k \Rightarrow k = -1/2$ ✓ ✓

باید این نقاط را قطع شد

✓

۱,۷۵

$+1$	$-2x+3$	-1

(نقاط تقسیم: ۱ ، ۲)

۷:

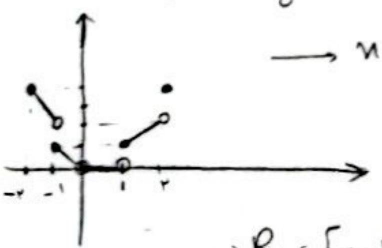
الف) $y = x[x] \qquad [-2,2]$

$-2 \le x < -1 \Rightarrow [x]=-2 \Rightarrow y=-2x$

$-1 \le x < 0 \Rightarrow [x]=-1 \Rightarrow y=-x$

$0 \le x < 1 \Rightarrow [x]=0 \Rightarrow y=0$

$1 \le x < 2 \Rightarrow [x]=1 \Rightarrow y=x$



$\longrightarrow x=2 \longrightarrow y=4$

$\Rightarrow R_f = [0,4]-\{2\}$

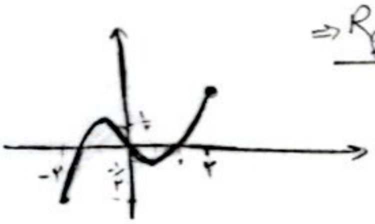
✓

ب) $y = x|x|-x \qquad [-2,2]$

$x<0 \Rightarrow |x|=-x \Rightarrow -x^2-x$

$x>0 \Rightarrow x^2-x$

$x=0 \longrightarrow y=0$



$\Rightarrow R_f = \mathbb{R}$

۱,۷۵

$R_f = [-2,2]$

۸)
$y=\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x^2+x}\right)x(x)(x+1) \Rightarrow y=\frac{x+x+1+1}{x^2+x}=\frac{2x+2}{x^2+x}=\frac{2(x+1)}{x(x+1)}$

$\xrightarrow{x\neq -1} \frac{2}{x}=y$ اگر $x=-1 \to \frac{2}{-1}=-2$ ، معادله مجانب افقی : $\frac{0}{x}=0 \Rightarrow a=-2,\ b=0$ طبق بررسی

$\to a+b=-2+0=-2$

۲

$R_f=\mathbb{R}-\{0,-2\}$

---

۹)
$f(x)=\frac{x-4\sqrt{x}+3}{x-2\sqrt{x}+1}=\frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-1)^2}=\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-1} \xrightarrow[\text{فرم}]{\text{تابع}} \frac{a\square+b}{c\square+d}$

$D_f=\mathbb{R}-\{1\}$

$\Rightarrow \text{Min}\sqrt{x}=0 \Rightarrow \frac{0-3}{0-1}=3$ $\quad$ $\text{Max}\sqrt{x}=+\infty$ $\frac{+\infty-3}{+\infty-1}$ حذف $\Rightarrow \frac{+\infty}{+\infty}=1$

مخرج نمی‌تواند صفر شود پس خارج نمود

$\sqrt{x}-1=0$
$\sqrt{x}=1 \Rightarrow x=1$

$R_f= \boxed{(-\infty,1]\cup[3,+\infty)}$

$R_f=(-\infty,1)\cup[3,+\infty)$

۱٫۷۵

---

۱۰)
$f(x)=\frac{x^3+2x^2-x-2}{x^2-1} \Rightarrow \frac{x^2(x+2)-(x+2)}{x^2-1}=\frac{\cancel{(x^2-1)}(x+2)}{\cancel{x^2-1}} \Rightarrow y=x+2$

$D_f=\mathbb{R}-\{\pm1\}$

$x=1 \Rightarrow y=3$ $\quad$ $x=-1 \Rightarrow y=1$ $\quad \Rightarrow 1+3=4$

$R_f=\mathbb{R}-\{1,3\}$

۱٫۷۵