الیسا خان محمدی

①

الف) $y = (x - ۲[\frac{x}{۲}])^۲$ $\qquad ۰ \leq ۲(a-[a]) < ۲$

۲ فاکتور می‌گیریم $\downarrow$ $\qquad ۰ \leq (۲(a-[a]))^۲ < ۴$

$(۲\underbrace{(\frac{x}{۲} - [\frac{x}{۲}])}))^۲ \longrightarrow$ همواره بین ۰ و یک

$R_f = [۰, ۴)$

ب) $\log y = \sin x + ۴$ $\qquad ۳ \leq \log y \leq ۵ \qquad ۱۰^۳ \leq y \leq ۱۰^۵$

$\Rightarrow -۱ \leq \sin x \leq ۱ \qquad ۳ \leq \sin x + ۴ \leq ۵$

$R_f = [۱۰^۳, ۱۰^۵]$

---

②

$f(x) = \sqrt{\frac{x^۲-۴}{x^۲-۹}} \Rightarrow \max = \frac{\infty}{\infty} = ۱$

$\min = ۰ \longrightarrow R_f = [۰, \frac{۲}{۳}] \cup (۱, +\infty)$

$R - \{\frac{۲}{۳}\}$ $\searrow$ جواب رادیکال همواره ≥ ۰.

$a+b+c = ۰ + \frac{۲}{۳} + ۱ = \frac{۵}{۳}$

---

③

الف) $f(x) = \underbrace{x + \frac{۱}{x}}_{t} + ۲\sqrt{x+\frac{۱}{x}} + ۱ - ۱$

$f(x) = y = (t+۱)^۲ - ۱ \Rightarrow \sqrt{y+۱} = \underbrace{t+۱}_{|} \to t = \sqrt{y+۱} - ۱$

← مثبت می‌شود زیرا استفاده کردیم t زیر رادیکال هست $\qquad y = \sqrt{x+\frac{۱}{x}+۱} - ۱$

$\underbrace{x + \frac{۱}{x}}_{\oplus} + ۱ \geq ۰ \qquad x + \frac{۱}{x} \geq ۲ \Rightarrow x + \frac{۱}{x} \geq ۳$ ✓

$R_f = [۲+۲\sqrt{۲}, +\infty)$

ب) $y = (۳-\sin x)(۱+\sin x) = -\sin^۲ x + ۲\sin x + ۳$

$\sin x = \square$
- $\sin x = ۱ \longrightarrow -۱ + ۲ + ۳ = ۴$
- $\sin x = -۱ \longrightarrow -۱ - ۲ + ۳ = ۰$
- $\frac{-b}{۲a}$: $\frac{-۲}{-۲} = ① \longrightarrow ۴$

$R_f = [۰, ۴]$

s.a.m

④

$f(x) = -\frac{۱}{۳}x + ۱۰ \qquad ۱ \leq x \leq ۹$

$f(۱) + f(۲) + \dots + f(۹) = -\frac{۱}{۳}\underbrace{(x_۱ + x_۲ + \dots + x_۹)}_{۴۵} + ۹(۱۰) = ۹۰ - ۱۵ = ۷۵$

---

⑤ صفر بوده تا

$f(x) = \sqrt{ax^۲ + bx + c} \longrightarrow D_f = [۲, +\infty) \longrightarrow$

$\begin{array}{c|c} & ۲ \\ - & + \end{array}$

$\underline{a = ۰}$

$b > ۰$

۲ ریشه است $\Rightarrow \begin{cases} ۲b + c = ۰ \\ ۳b + c = ۱ \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} b = ۱ \\ c = -۲ \end{matrix}$

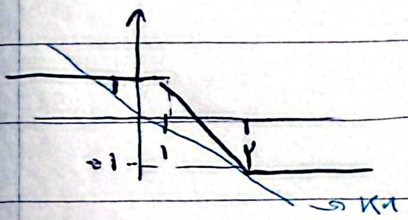
$f(۳) = ۱ \Rightarrow$

$g(x) = \sqrt{\underset{x^۲}{\cancel{bx^۲}} + \underset{۰}{\cancel{ax}} \underset{۴}{\cancel{- ۲c}}}$

$g(x) = \sqrt{x^۲ + ۴} \rightarrow R_f = [۲, +\infty)$

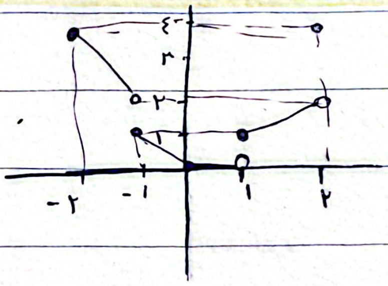
$\rightarrow \sqrt{۴} = \underline{\underline{۲}} = \min$

$|x-۲|-|x-۱|=kx$ ⑥



$-۱ = k < ۲$ $k=-\frac{۱}{۲}$

⑦



الف) $y=x[x]$

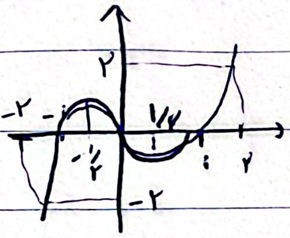
$-۲ \leq x < -۱$ $y=-۲x$ $۰ \leq x < ۱$ $y=۰$

$-۱ \leq x < ۰$ $y=-x$ $۱ \leq x < ۲$ $y=x$ $x=۲ \rightarrow y=۴$

ب) $y=x|x|-x$

$x \geq ۰$ $x^۲-x$ $x(x-۱)$

$x < ۰$ $-x^۲-x$ $-x(x+۱)$



⑧

$y=\frac{۱}{x}+\frac{۱}{x+۱}+\frac{۱}{x^۲+x} \longrightarrow \frac{۲x+۲}{x^۲+x}=\frac{۲(x+۱)}{x(x+۱)} \xRightarrow[]{\overset{x\neq -۱}{\text{باشرط}}} \frac{۲}{x}$ ①

x هیچگاه نمی‌تواند و صفر شود $\Rightarrow$ y نمی‌تواند صفر شود.

② $x=-۱$ $y=\frac{۲}{x}$ $x=-۱ \rightarrow y\neq -۲$ y هیچگاه -۲ نمی‌تواند بشود $a+b=-۲$

$f(x)=\frac{x-۴\sqrt{x}+۳}{x-۲\sqrt{x}+۱}=\frac{(\sqrt{x}-۱)(\sqrt{x}-۳)}{(\sqrt{x}-۱)^۲} \Rightarrow \sqrt{x}=\frac{۳-y}{۱-y}$ $\begin{array}{ccccc} & ۱ & & ۳ & \\ + & | & - & | & + \end{array}$ ⑨

$R_y=(-\infty,۱)\cup[۳,+\infty)$

⑩

$f(x)=\frac{x^۳+۲x^۲-x-۲}{x^۲-۱}=\frac{x^۲(x+۲)-(x+۲)}{(x^۲-۱)}=\frac{\cancel{(x^۲-۱)}(x+۲)}{\cancel{(x^۲-۱)}}=x+۲$

$x\neq \pm ۱$ $۱+۳=۴$

$x=۱ \longrightarrow y=۳$ $x=-۱$ $y=۱$ $R_f=\mathbb{R}-\{۱,۳\}$

s.a.m