به نام خدا — نیایش زندی — تکلیف شماره ۴ — دوازدهم انفر A

۱-

$y=\left(x-2\left[\frac{x}{2}\right]\right)^2 \qquad \left(\underbrace{2\left(\underbrace{\frac{1}{2}x-\left[\frac{1}{2}x\right]}_{[0,1)}\right)}_{[0,2)}\right)^2 \xrightarrow{\text{به توان ۲}} R_f=[0,4)$

$-\sin x+\log y-4=0 \qquad \log_{10} y=\sin x+4 \qquad 10^{\sin x+4}=y \qquad R_f=(0,+\infty)$

۲-

$y=\sqrt{\frac{x^2-4}{x^2-9}} \qquad y=\frac{x^2-4}{x^2-9} \qquad yx^2-9y=x^2-4 \qquad x^2(y-1)=9y-4 \qquad x^2=\frac{9y-4}{y-1}$

$\frac{9y-4}{y-1}\geq 0$

	$\frac{4}{9}$		1	
$+$	0	$-$	$\nexists$	$+$

$\sqrt{\left(-\infty,\frac{4}{9}\right]\cup(1,+\infty)} = \left[0,\frac{2}{3}\right)\cup(1,+\infty)$

$0+\frac{2}{3}+1=\boxed{\frac{5}{3}}$

۳-

$y=x+\frac{1}{x}+2\sqrt{x+\frac{1}{x}} \qquad \left(\underbrace{\sqrt{x+\frac{1}{x}}+1}_{[1,+\infty)}\right)^2-1 \longrightarrow [0,+\infty)$

$y=(3-\sin x)(1+\sin x)=3+3\sin x-\sin x-\sin^2 x \longrightarrow -\sin^2 x+2\sin x+3$

$\xrightarrow{1} -1+2+3=4$

$\xrightarrow{-1} -1-2+3=0$

$\frac{-b}{2a}=\frac{-2}{-2}=1 \to 4$

$R_f=[0,4]$

۴-

$D_f=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\} \qquad y=-\frac{1}{3}x+10 \qquad x=1\longrightarrow \frac{-1+30}{3}=\boxed{\frac{29}{3}}$

$x=2\longrightarrow \frac{-2+30}{3}=\boxed{\frac{28}{3}} \quad \boxed{9} \quad \boxed{\frac{26}{3}} \quad \boxed{\frac{25}{3}} \quad \boxed{8} \quad \boxed{\frac{23}{3}} \quad \boxed{\frac{22}{3}} \quad \boxed{7}$

$\underbrace{7+8+9}_{24}+\frac{22+23+25+26+28+29}{3}=\frac{120+33}{3}=\frac{153}{3}=\boxed{51}$

جواب آخر

۵-

$y=\sqrt{ax^2+bx+c} \qquad D_f=[2,+\infty) \qquad R_f=? \to \sqrt{bx^2+ax-2c}$

$a=0 \qquad bx+c\geq 0 \qquad bx\geq -c \qquad x\geq -\frac{c}{b} \qquad -\frac{c}{b}=2 \qquad -c=2b \qquad y=\sqrt{bx-2b}$

$f(3)=1 \qquad \sqrt{3b-2b}=1 \qquad \sqrt{b}=1 \qquad b=1 \qquad y=\sqrt{x-2} \qquad c=-2$

$\sqrt{bx^2+ax-2c}=\sqrt{\underbrace{x^2+4}_{R\ [0,4]}} \longrightarrow \sqrt{[0,4]} \qquad R_f=[0,2]$

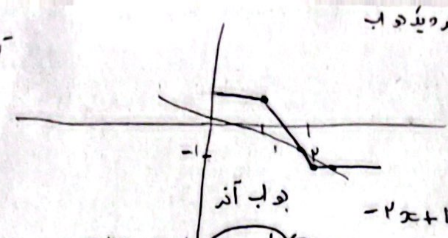
-۶

$|x-2| - |x-1| = kx$ تابع آشنای

باید ها مبدا گذر باشد

k باید منفی باشد

یک جواب در محدوده بین ۱ و ۲ باید داشته باشد و یکی هم در محدوده‌ی x های بعد ۲



$1 < x < 2 \qquad 2 - x - (x-1) = kx$

$x > 2 \qquad x - 2 - x + 1 = kx$

$-2x + 3 = kx \qquad (k+2)x = 3 \qquad \frac{k+2}{k} = -3$

$-1 = kx \qquad kx = -1$

جواب آخر

$-3k = k+2$

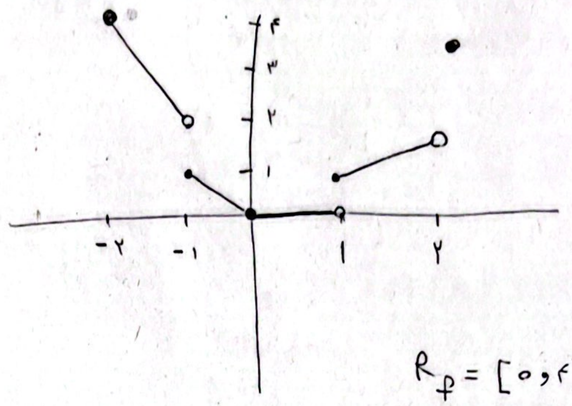
$4k = -2$

$k = -\frac{1}{2}$

-۷

$y = x[x]$

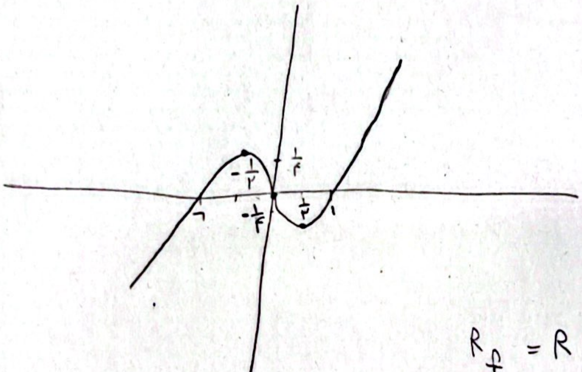
$-2 \le x < -1$	$-2x$
$-1 \le x < 0$	$-x$
$0 \le x < 1$	0
$1 \le x < 2$	x
$x = 2$	$2x$



$R_f = [0, 4] - \{2\}$

$y = x|x| - x$

$x \geq 0$	$x^2 - x$
$x < 0$	$-x^2 - x$



$R_f = R$

-۸

$y = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x^2+x} \qquad R_f = R - \{a, b\} \qquad a+b = ?$

$y = \frac{x+1+x+1}{x^2+x} = \frac{2x+2}{x^2+x} = \frac{2(x+1)}{x(x+1)} = \frac{2}{x}$

$x \neq 0$ و -1 به خاطر دامنه $\longrightarrow x \neq -1$ $y \neq -2$

از طرفی y هیچ وقت نمی‌تواند برابر صفر شود

$a + b = -2 + 0 = -2 \Longleftarrow R_f = R - \{-2, 0\}$

جواب آخر

-۹

$$y=\frac{x-4\sqrt{x}+3}{x-2\sqrt{x}+1} \longrightarrow yx-2\sqrt{x}+1=x-4\sqrt{x}+3 \qquad (y-1)x+2\sqrt{x}-2=0$$

$$\sqrt{x}=\frac{-2\pm\sqrt{4-4(-2y+2)}}{2y-2}=\frac{-2\pm\sqrt{4+8y-8}}{2y-2}=\frac{-2\pm\sqrt{8y-4}}{2y-2}$$

① $2y-2\neq 0 \quad 2y\neq 2 \quad y\neq 1$

② $8y-4\geq 0 \quad 8y\geq 4 \quad y\geq 2$

③ $\dfrac{-2\pm\sqrt{8y-4}}{2y-2}\geq 0$

$8y-4=4$

$8y=8 \quad y=1$

ریشه مضاعف دارد

$$R_f=[2,+\infty)$$

①∩②∩③

-۱۰

$$y=\frac{x^3+2x^2-x-2}{x^2-1}=\frac{\cancel{(x-1)}(x+1)(x+2)}{\cancel{(x-1)}(x+1)}$$

$$\begin{array}{l|l} x^3+2x^2-x-2 & x-1 \\ \hline \cancel{\pm x^3}\ \mp x^2 & x^2+3x+2 \\ \hline \cancel{3x^2}-x-2 & \underbrace{\qquad}_{(x+1)(x+2)} \\ \cancel{\pm 3x^2}\mp 3x & \\ \hline 2x-2 & \\ \pm 2x\mp 2 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$y=x+2$

به شرطی که

$x\neq 1 , -1$

$\Longrightarrow \quad x\neq 1 \quad y\neq 3$

$\qquad\ \ x\neq -1 \quad y\neq 1$

$$\boxed{1+3=4}$$