

الف)  $y = \left(x - 2\left[\frac{x}{2}\right]\right)^2 = \left(2\left(\frac{x}{2} - \left[\frac{x}{2}\right]\right)\right)^2$  ✓

$\frac{x}{2} - \left[\frac{x}{2}\right] \in [0, 1) \rightarrow 2\left(\frac{x}{2} - \left[\frac{x}{2}\right]\right) \in [0, 2)$

$\rightarrow \left(2\left(\frac{x}{2} - \left[\frac{x}{2}\right]\right)\right)^2 \in [0, 4) \rightarrow R_f = [0, 4)$  ✓

ب)  $-\sin x + \log y - f = 0 \rightarrow \log y = \sin x + f \rightarrow y = 10^{\sin x + f}$

$\rightarrow -1 \leq \sin x \leq 1 \xrightarrow{+f} 3 \leq \sin x \leq 5 \rightarrow 10^3 \leq y \leq 10^5$  ✓  $R_f = [10^3, 10^5]$

$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 4}{x^2 - 9}} f' \rightarrow \frac{aQ + b}{cQ + d} \rightarrow Q = \max = \frac{\infty - 4}{\infty - 9} = \frac{\infty}{\infty} = 1$   
 \* در ضمن خرج نه ازای  
 ۳+ صفری نشود پس  
 ۲ طرف مقایسه بدست آمده = بر  
 اعداد را در تقارنی گیریم (بسیار کوچک)  
 $Q = \min = 0 \quad \frac{0 - 4}{0 - 9} = \frac{4}{9}$

$R_{f'} = (-\infty, \frac{4}{9}] \cup (1, +\infty) \Rightarrow R_f = \left[0, \frac{2}{3}\right] \cup (1, +\infty)$   
 $a+b+c = \frac{5}{3}$  ✓

الف)  $f(x) = x + \frac{1}{x} + 2\sqrt{x + \frac{1}{x}} + 1 - 1$

$\left(\sqrt{x + \frac{1}{x}} + 1\right)^2 - 1 \rightarrow x + \frac{1}{x} \geq 2 \text{ یا } x + \frac{1}{x} \leq -2$   
 غلظت زیر در زیر را می رود  
 و باید منفی باشد

$x + \frac{1}{x} \geq 2 \rightarrow \sqrt{x + \frac{1}{x}} \geq \sqrt{2} \rightarrow \left(\sqrt{x + \frac{1}{x}} + 1\right)^2 - 1 \geq (\sqrt{2} + 1)^2 - 1$

$R_f = [2 + \sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 1, +\infty) = [2 + 2\sqrt{2}, +\infty)$  ✓

ب)  $y = (3 - \sin x)(1 + \sin x) = -(\sin^2 x - 2\sin x - 3)$  ✓

$\left. \begin{array}{l} \text{min} \\ \sin x = -1 \end{array} \right\} - (1 + 2 - 3) = 0$   
 $\left. \begin{array}{l} \text{max} \\ \sin x = 1 \end{array} \right\} - (1 - 2 - 3) = 4$   
 $-\frac{b}{2a} = \frac{2}{2} = 1$   
 $R_f = [0, 4]$  ✓



$f(x) = -\frac{1}{3}x + 10 \xrightarrow{x=1} \frac{29}{3} \dots \frac{21}{3} \xrightarrow{x=9} \frac{1}{3}$  دنباله حسابی با قدر نسبت  $-\frac{1}{3}$

$S_n = (a_1 + a_n) \frac{n}{2} = \left( \frac{21+29}{2} \right) \frac{9}{2} = 3 \times 25 = 75$

$f(x) = \sqrt{ax^2 + bx + c} \quad D_f = [2, +\infty) \quad f(3) = 1$

با توجه به رابطه ی همبستگی تابع زیر را می توان درجه ۲ بنویسد

چون بعد از این ریشه ی تکراری می شود  $(a=0)$

$\sqrt{bx+c} \xrightarrow{\text{باوجه به ریشه}} bx+c=0$

$\xrightarrow{(3,1)} bx+c=1$

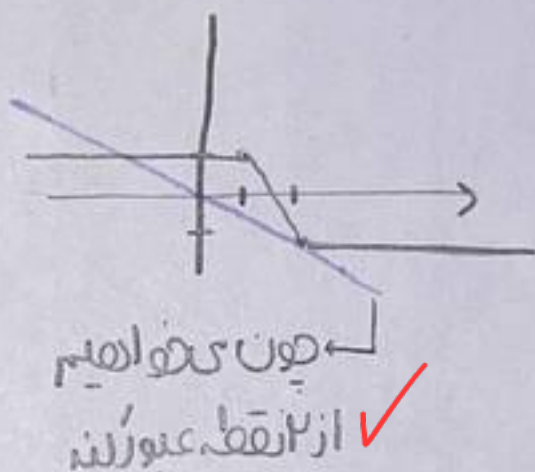
$b=1 \quad c=-2$

$g(x) = \sqrt{x^2 + 1} \quad R_{f'} = [1, +\infty) \rightarrow R_f = [2, +\infty)$

$|x-2| - |x-1| = Kx$

تابع پله ای باشد

خطی نه از پله ای تفاوت عبور کنند



چون می خواهیم از نقطه عبور کنند

$y = Kx$

$\xrightarrow{(2,-1)} 2K = -1$

$K = -\frac{1}{2}$

الف)  $x[x]$

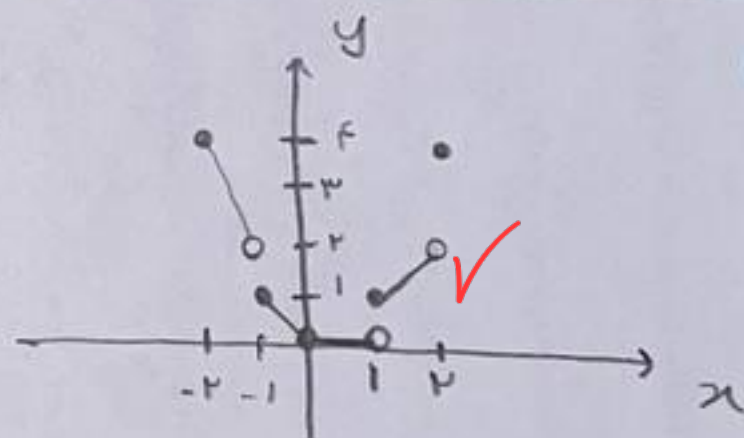
$-2 \leq x < -1 \rightarrow -2x$

$1 \leq x < 2 \rightarrow x$

$-1 \leq x < 0 \rightarrow -x$

$0 \leq x < 1 \rightarrow 0$

$x=2 \rightarrow f=y$



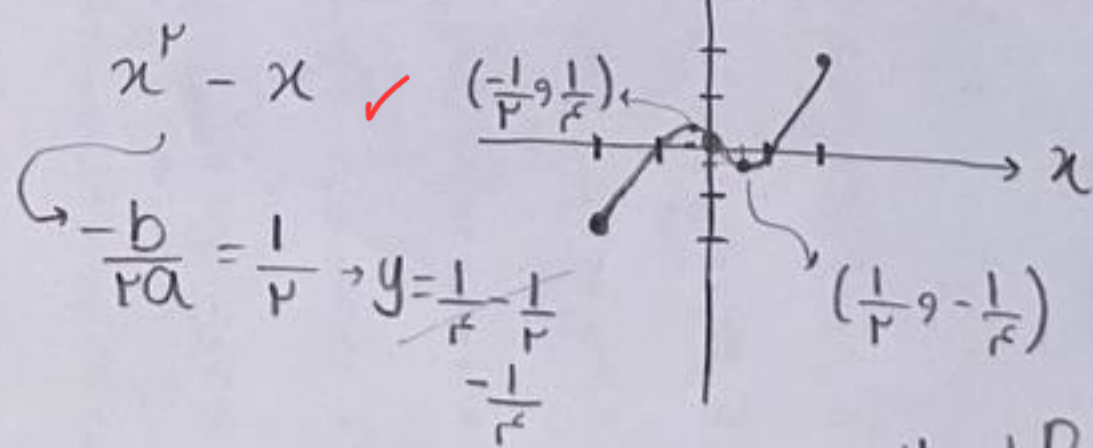
$R_f = [0, 2) \cup (2, 4]$

ب)  $x|x| - x$

$-2 \leq x < 0 \rightarrow -x^2 - x$

$0 \leq x \leq 2 \rightarrow x^2 - x$

$\frac{-b}{2a} = -\frac{1}{2} \rightarrow y = -\frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$



$R_f = [-2, 2]$



$$y = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x^2+x} \rightarrow \frac{x+1+x+1}{x^2+x} = \frac{v(x+1)}{v(x+1)} = \frac{v}{x} \quad \begin{matrix} f' \\ \text{تابع مشتق} \end{matrix} \rightarrow \mathbb{R} - \{0\}$$

$a+b=-v$  ✓

$x \neq -1 \quad \xrightarrow{x=-1} \frac{v}{-1} = -v$  ✓

$\rightarrow R_f = \mathbb{R} - \{-v, 0\}$  ✓  
a b

$$f(x) = \frac{x - \sqrt{x} + 3}{x - 2\sqrt{x} + 1} = \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-1)} = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-1} \quad \begin{matrix} \sqrt{x} = \infty : \max \\ \frac{\infty-3}{\infty-1} = 1 \\ \sqrt{x} = 0 : \min \\ \frac{0-3}{0-1} = 3 \end{matrix}$$

چون مخرج صفر نشود ✓  
طرف اول را برست آورده

$\rightarrow R_f = (-\infty, 1) \cup [3, +\infty)$  ✓

$$f(x) = \frac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{x^2 - 1} = \frac{x^2(x^2-1) + 2(x^2-1)}{x^2-1}$$

$$= \frac{(x^2-1)(x+2)}{x^2-1} = x+2 \quad \begin{matrix} x=1 \rightarrow 3 \\ x=-1 \rightarrow 1 \end{matrix}$$

$R_f = \mathbb{R} - \{3, 1\}$  ✓

$3+1=4$  ✓