الف) $y=\left(\underbrace{x-2\left[\frac{x}{2}\right]}\right)^2$

$$\left(2\left(\underbrace{\frac{x}{2}-\left[\frac{x}{2}\right]}_{[0,1)}\right)\right)^2 \to \left((0,2)\right)^2 \to R_f=[0,4)$$

۲

ب) $-\sin x+\log y-4=0 \to \log y=\sin x+4$

$$-1\leqslant \sin x\leqslant 1 \to 3\leqslant \sin x+4\leqslant 5 \to 3\leqslant \log y\leqslant 5$$

$$\to 10^3\leqslant y\leqslant 10^5$$

$$f(x)=\sqrt{\frac{x^2-4}{x^2-9}} \xrightarrow{\text{توان ۲}} y^2=\frac{x^2-4}{x^2-9} \to y^2x^2-9y^2=x^2-4$$

$$y^2x^2-x^2=9y^2-4$$ ۳

$$x=\pm\sqrt{\frac{9y^2-4}{y^2-1}} \leftarrow x^2=\frac{9y^2-4}{y^2-1} \leftarrow x^2(y^2-1)=9y^2-4$$

$(3y-2)(3y+2)$

$$\frac{9y^2-4}{y^2-1}\geqslant 0$$

$(y-1)(y+1)$

۲

y		-1		$-\frac{2}{3}$		$\frac{2}{3}$		1	
	+	ن	−	ص	+	ص	−	ن	+

از آنجایی که y منفی نیست

$$\to R_f=\left[0,\frac{2}{3}\right]\cup(1,+\infty)$$

$$a+b+c=0+\frac{2}{3}+1=\frac{5}{3}$$

97%

الف) $f(x)=x+\frac{1}{x}+2\sqrt{x+\frac{1}{x}} \to$ عبارت زیر رادیکال $\to [2,+\infty)$

$$a+\frac{1}{a}\begin{cases} a>0 \to [2,+\infty) \\ a<0 \to (-\infty,-2] \end{cases}$$ در دامنه نیست

$$f(x)=\left(\sqrt{x+\frac{1}{x}}+1\right)^2-1$$

$$\sqrt{x+\frac{1}{x}}=\sqrt{2} \to (\sqrt{2}+1)^2-1$$

$$2+1+2\sqrt{2}-1=2+2\sqrt{2}$$ ۳

$$\sqrt{x+\frac{1}{x}}=\infty \to y=\infty$$

$$\Rightarrow R_f=[2+2\sqrt{2},+\infty)$$

ب) $y=(3-\sin x)(1+\sin x)=3+3\sin x-\sin x-\sin^2 x=$

$$\leftarrow -(\sin^2 x-2\sin x-3) \leftarrow -\sin^2 x+2\sin x+3$$

$$-\left((\sin x-1)^2-4\right) \to -1\leqslant \sin x\leqslant 1 \to -2\leqslant \sin x-1\leqslant 0 \to$$

$$0\leqslant -\left((\sin x-1)^2-4\right)\leqslant 4 \leftarrow -4\leqslant (\sin x-1)^2-4\leqslant 0 \leftarrow 0\leqslant (\sin x-1)^2\leqslant 4$$

۲

$$R_f=[0,4]$$

[illegible] - پاسخ تشریحی تکلیف شماره ۲

۴

$f(x) = -\frac{1}{3}x + 10 \qquad D_f = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$-\frac{1}{3} + \frac{30}{3} = \frac{29}{3} \qquad -\frac{9}{3} + \frac{30}{3} = \frac{21}{3}$

$-\frac{2}{3} + \frac{30}{3} = \frac{28}{3}$

$-\frac{3}{3} + \frac{30}{3} = \frac{27}{3} \longrightarrow R_f = \frac{29 + 28 + 27 + \dots + 21}{3} = 75$

۲

۵

$R_g = ?$

$f(2) = 1 \qquad f(x) = \sqrt{ax^2 + bx + c}$

$g(x) = \sqrt{bx^2 + ax - 2c} \qquad D_f = [2, +\infty)$

$ax^2 + bx + c \geq 0$

$a = 0$

$\sqrt{x^2 + 4} = \sqrt{[4, +\infty)} \to [2, +\infty)$

$R_g = [2, +\infty)$

۲

$f(2) = 0 \to \begin{cases} 2b + c = 0 \\ 3b + c = 1 \end{cases}$

$f(3) = 1$

$b = 1 \qquad c = -2$

۶

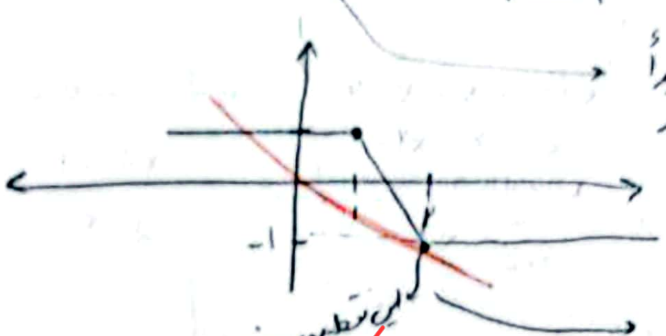
$|x - 2| - |x - 1| = kx \to 2 \to -1$

$1 \to 1$

۲ جواب داشته باشد

باید از مبدأ عبور کند

شیب خط باید از شیب ... ۲ برخوردش است $\to k < 0$



این نقطه ... مشترک

$2k = -1$

$k = -\frac{1}{2}$

$-\frac{1}{2}x$

۲

۷

الف) $y = x[x]$

$[-2, -1) \to -2x \to |^{-2}_{4} \quad |^{-1}_{2}$

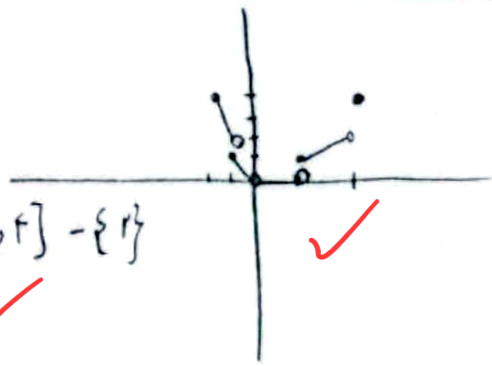
$[-1, 0) \to -x \to |^{-1}_{1} \quad |^{0}_{0}$

$[0, 1) \to 0 \to$

$[1, 2) \to x \to |^{1}_{1} \quad |^{2}_{2}$

$\{2\} \to 4$

$R_f = [0, 4] - \{2\}$

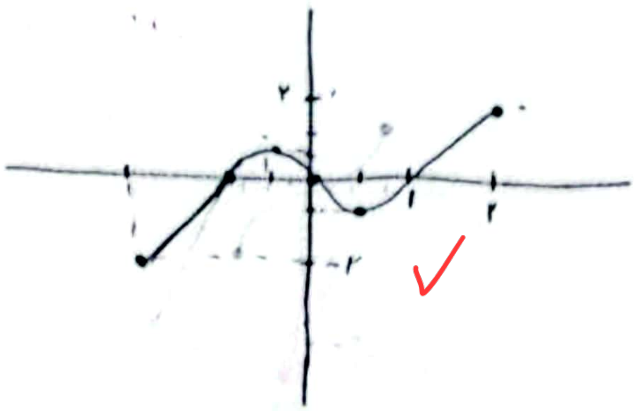


۲

ب) $y = x|x| - x \begin{cases} x^2 - x & x \geq 0 \\ -x^2 - x & x < 0 \end{cases}$

x	0	2	$\frac{1}{2}$
y	0	2	$-\frac{1}{4}$

x	0	-2	$-\frac{1}{2}$
y	0	-2	$\frac{1}{4}$



$R_f = [-2, 2]$

$a + b = 0$ $\quad \mathbb{R} - \{a, b\}$

$y = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{\underset{x(x+1)}{x^2 + x}}$

$y = \frac{x+1+x+1}{x^2+x} = \frac{2x+2}{x^2+x} \to \frac{2(x+1)}{x(x+1)} = \frac{2}{x}$

$\frac{2}{x} \xrightarrow{-1} -2$

صفر در برد نیست - ۲- در برد نیست چون ۱- در دامنه نیست

$\mathbb{R} - \{0, -2\}$

۲

$a + b = -2$

$f(x) = \frac{x - 4\sqrt{x} + 3}{x - 2\sqrt{x} + 1} = \frac{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} - 3)}{(\sqrt{x} - 1)^2} = \frac{\sqrt{x} - 3}{\sqrt{x} - 1}$ ← یک ساده شده در دامنه نیست

$y = \frac{\sqrt{x} - 3}{\sqrt{x} - 1} \to y\sqrt{x} - y = \sqrt{x} - 3$

$y\sqrt{x} - \sqrt{x} = y - 3$

$\sqrt{x}(y - 1) = y - 3 \to \underset{x \geq 0}{\sqrt{x}} = \frac{y-3}{y-1} \to \frac{y-3}{y-1} \geq 0$

۲

$R_f = (-\infty, 1) \cup [3, +\infty)$

	1		3	
+		-		+

$f(x) = \frac{x^3 + 2x^2 - x - 2}{x^2 - 1}$ ← یک ریشه دارد $= \frac{(x-1)(x+2)\cancel{(x+1)}}{\cancel{(x-1)}\cancel{(x+1)}} = x + 2$

$$\begin{array}{l|l} x^3 + 2x^2 - x - 2 & x - 1 \\ \underline{x^3 - x^2} & x^2 + 3x + 2 \\ \quad 3x^2 - x - 2 & (x+1)(x+2) \\ \quad \underline{3x^2 - 3x} & \\ \qquad 2x - 2 & \end{array}$$

یکی، منفی یک در دامنه نیست

۲

$-1 \longrightarrow 1$

$1 \longrightarrow 3$

$R_f = \mathbb{R} - \{1, 3\}$

$1 + 3 = 4$