

(A) دوازدهم

کتابت مسئله ۴

۱۹، ۷۵

نیمه اول

الف) $y = (n - \lfloor \frac{n}{p} \rfloor)^2 \rightarrow \lfloor \frac{n}{p} - \lfloor \frac{n}{p} \rfloor \rfloor \rightarrow [0, 1) \xrightarrow{\text{محدوده ممکن}} R_f = [0, 4]$ ✓

ب) $-\sin u + \log y - \varepsilon = 0 \rightarrow \log y = \sin u + \varepsilon \rightarrow -1 \leq \sin u \leq 1 \rightarrow -3 \leq \sin u + \varepsilon \leq 1 \rightarrow$
 $\rightarrow -3 \leq \log y \leq 1 \rightarrow 10^{-3} \leq y \leq 10^1 \rightarrow R_f = [10^{-3}, 10^1]$ ✓

$f(n) = \sqrt{\frac{n^2 - 4}{n^2 - 9}}$ و $R_f = [0, b] \cup (c, +\infty)$

$\sqrt{\frac{n^2 - 4}{n^2 - 9}} = \sqrt{\frac{(n-2)(n+2)}{(n-3)(n+3)}} \rightarrow \frac{-2}{n-3} - \frac{-2}{n+3} \rightarrow D_f = \{n | n > 3\} \cup [2, 2]$ ✓

$n^2 = t \rightarrow t \geq 0 \rightarrow \begin{cases} \text{if } t=0 \rightarrow f(n) = \frac{2}{3} \\ \text{if } t=4 \rightarrow n=\pm 2 \rightarrow f(n)=0 \end{cases} \rightarrow [0, \frac{2}{3}]$ ✓

$\lim_{n \rightarrow \infty} t > 9 \rightarrow \text{زیر این حالت به ازای } n \rightarrow (1, +\infty) = (1, +\infty)$ ✓

$R_f = [0, \frac{2}{3}] \cup (1, +\infty)$ ✓ $a+b+c = 0 + \frac{2}{3} + 1 = \frac{5}{3}$ ✓

الف) $f(n) = n + \frac{1}{n} + 2\sqrt{n + \frac{1}{n}} \rightarrow (\sqrt{n + \frac{1}{n}} + 1)^2 - 1 \rightarrow R_f = [2 + 2\sqrt{2}, +\infty)$ ✓

$\rightarrow \text{با این روش به دست می آید} \rightarrow (x+1)^2 = 2x+3 \rightarrow [2 + 2\sqrt{2}, +\infty)$ ✓

ب) $y = (3 - \sin u)(1 + \sin u) \rightarrow y = -\sin^2 u + 2\sin u + 3 \rightarrow \begin{cases} -\frac{b}{2a} = 1 \rightarrow 4 \\ \sin u \in [-1, 1] \rightarrow \begin{cases} \sin u = -1 \rightarrow 0 \\ \sin u = 1 \rightarrow 4 \end{cases} \end{cases} \rightarrow R_f = [0, 4]$ ✓

$f(n) = -\frac{1}{n}n + 10$ و $D_f = \{1, 2, 3, \dots, 99\}$

$R_f = \begin{cases} f(1) = \frac{99}{1} \\ f(2) = \frac{98}{2} \\ f(3) = 9 \\ f(4) = \frac{96}{4} \\ f(5) = \frac{95}{5} \\ f(6) = \frac{94}{6} \\ f(7) = 8 \\ f(8) = \frac{92}{8} \\ f(9) = \frac{91}{9} \end{cases}$ ✓

$\rightarrow \text{مقایسه مقادیر و کتبی} \rightarrow \text{برای ۹ عدد دارد} \rightarrow S = \frac{99}{1} + \frac{98}{2} + 9 + \frac{96}{4} + \frac{95}{5} + 8 + \frac{94}{6} + \frac{92}{8} + \frac{91}{9} = 153 + 9 + 8 + 24 + 19 + 15 + 11 + 10 = 239$ ✓

$f(u) = \sqrt{au^2 + bu + c} \rightarrow$ در $(2, +\infty)$ اکثراً یکنواخت و $f(3)=1$ و $g(u) = \sqrt{bu^2 + au - 2c} \rightarrow R_g$?

$\rightarrow$ دانسته نقطه در $(2, +\infty)$ است $\rightarrow$ $u < 2$ زیرا u را یکجا دانستی داشته $\rightarrow$ $\begin{cases} f(2) = 4a + 2b + c = 0 \\ f(3) = 9a + 3b + c = 1 \end{cases} \xrightarrow{\times 2} \begin{cases} -4a - 2b - c = 0 \\ a + 3b + c = 1 \end{cases}$

$5a + b = 1$
 $c = -4a - 2b$

$g(u) = \sqrt{bu^2 + au - 2c} = \sqrt{u^2 + 4}$

$b=1, c=-2$

$\rightarrow \frac{-b}{2a} = 0$

$g(u) \cdot RE = 2 \rightarrow R_g = [2, +\infty)$

(2)

$|u-2| - |u-1| = ku \rightarrow k$ ؟ (دقیقا جواب)

$-u+2+u-1=ku$ $ku=1 \rightarrow u=\frac{1}{k}$	$-u+2-u+1=ku$ $-2u+3=ku$ $u=\frac{3}{2+k}$	$u-2-u+1=ku$ $ku=-1 \rightarrow u=-\frac{1}{k}$
---	--	--

$u < 1 \rightarrow \frac{1}{k} < 1 \rightarrow k > 1$

$1 \leq u < 2 \rightarrow 1 \leq \frac{3}{2+k} < 2 \rightarrow \frac{1}{2} < \frac{2+k}{3} \leq 1 \rightarrow \frac{3}{2} < 2+k \leq 3 \rightarrow -\frac{1}{2} < k \leq 1$

$u \geq 2 \rightarrow -\frac{1}{k} \geq 2 \rightarrow k \leq -\frac{1}{2}$

راه آسون تر کشیدن

شکل، قطع دایره با خط $y=kx$

(2)

برای اینکه جواب داشته باشیم باید از بازه‌ی مختلف جواب داشته باشیم و این بازه‌ها را با هم جمع می‌کنیم

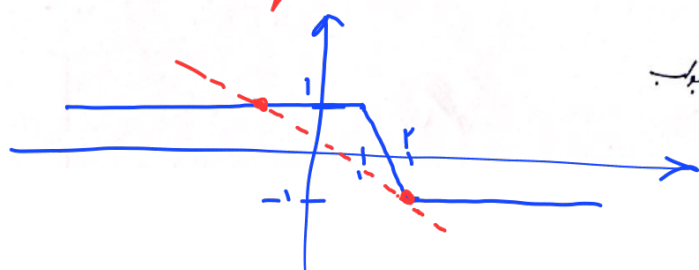
برای $k=1$ جواب $\perp$
برای $k=-\frac{1}{2}$ جواب $\perp$

$k > 1$ بازه $\perp$
 $k < -\frac{1}{2}$ بازه $\perp$

$k = -\frac{1}{2}$

$k > 1$ بازه $\perp$
 $k < -\frac{1}{2}$ بازه $\perp$

$k > 1$ بازه $\perp$
 $k < -\frac{1}{2}$ بازه $\perp$



الف) $y = n[n]$

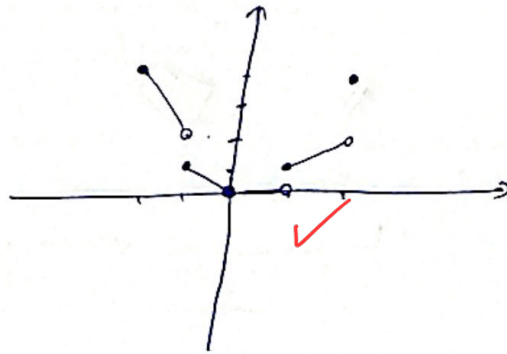
$n = [-1, 1) \rightarrow -1$

$n = [0, 1) \rightarrow 0$

$n = [1, 2) \rightarrow 1$

$n = [2, 3) \rightarrow 2$

$n = 3 \rightarrow 3$



درجه اول $[-1, 1]$

$R_f = [0, 1] - \{1\}$

$(1, 1.5)$

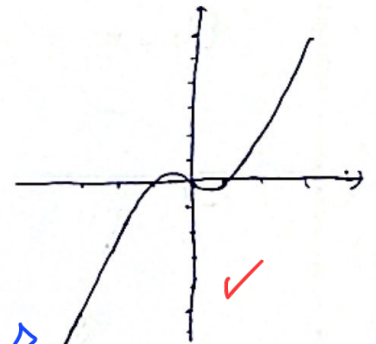
ب) $y = n(|n| - 1) = n(|n| - 1)$

$\begin{cases} n^2 - n & n \geq 0 \\ -n^2 - n & n < 0 \end{cases}$

$R_f = \mathbb{R}$

$R_f = [-1, 1]$

چنین سوال بازه دارد



$y = \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n^2+n}$

$R_f = \mathbb{R} - \{a, b\}$

$a+b=?$

$y = \frac{n+1+n+1}{n^2+n} = \frac{2n+2}{n^2+n} = \frac{2(n+1)}{n(n+1)} = \frac{2}{n}$

$n \neq -1, 0 \rightarrow y \neq 2$

$R_f = \mathbb{R} - \{2, 0\}$

$\frac{2}{n} = 2 \rightarrow n = 1$

(2)

$f(n) = \frac{n - \sqrt{n} + 3}{n - 2\sqrt{n} + 1}$

$\frac{t^2 - \sqrt{t} + 3}{t^2 - 2\sqrt{t} + 1} = \frac{(t-1)(t-3)}{(t-1)^2} = \frac{t-3}{t-1}$

$y = \frac{t-3}{t-1} \rightarrow y(t-1) = t-3 \rightarrow t(y-1) = y-3 \rightarrow t = \frac{y-3}{y-1}$

$\frac{1}{t-1} = \frac{3-y}{y-1} \rightarrow R_f = (-\infty, 1) \cup [3, \infty)$

$t=1 \rightarrow 1 = \frac{y-3}{y-1} \rightarrow y-1 = y-3 \rightarrow -1 = -3$

(2)

پس با هم می آید

تکلیف هم داده می شود

دو از دهم (A)

$$f(u) = \frac{u^3 + 2u^2 - u - 2}{u^2 - 1} \rightarrow \frac{u^3 + 2u^2 - u - 2}{-u^3 + u} \cdot \frac{(u^2 - 1)}{u + 1}$$

$$\frac{2u^2 - 2}{-2u^2 + 2}$$

$$\frac{-2u^2 + 2}{0}$$

$$y = \frac{(u^2 - 1)(u + 1)}{(u^2 - 1)} \rightarrow y = u + 1$$

ساده کردیم اما می دانیم که $u = \pm 1$ در دامنه نیست

$u = 1 \rightarrow y = 3$
 $u = -1 \rightarrow y = 1$

شامل عدد 1 و 3 نیست $\leftarrow R_f = \mathbb{R} - \{1, 3\}$

بزرگ $\leftarrow$ $1 + 3 = 4$ جواب