رضا عابدینی ۲۰

۱-

الف) $y=(x-2[\frac{x}{2}])^2$

$x=2k+r \to r\in[0,2) \to [\frac{x}{2}]=[\frac{2k+r}{2}]=[k+\frac{r}{2}]$
$=k \to x-2[\frac{x}{2}]=2k+r-2k=r$

$y=r^2 \longrightarrow r\in[0,2) \to y\in[0,4)$ ✓ ۲

ب) $\sin x+\log y-4=0$

$\log y=\sin x+4 \to 3\leq \log y\leq 5$ $\boxed{10^3\leq y\leq 10^5}$ ✓

۲-

$\frac{x^2-4}{x^2-9}=y \to x^2-4=yx^2-9y \to x^2-yx^2=4-9y$

$x^2(1-y)=4-9y \to x^2=\frac{4-9y}{1-y} \to x=\sqrt{\frac{4-9y}{1-y}}$ ۲

$\to R\in(-\infty,\frac{4}{9}]\cup(1,+\infty)$

زیرا $\cos$ ... $\to R\in[0,\frac{2}{3}]\cup(1,+\infty)$ ✓

$a+b+c=0+\frac{2}{3}+1=\frac{5}{3}$ ✓

۳-

الف) $f(x)=x+\frac{1}{x}+2\sqrt{x+\frac{1}{x}}$

$2\leq a+\frac{1}{a}$ ✓ $\quad 2\leq a+\frac{1}{a}$ $\quad 2\sqrt{a+\frac{1}{a}}$

$\xrightarrow[\text{صعودی اکیدا}]{x>0} f(x)=2+2\sqrt{2} \to R\in[2+2\sqrt{2},+\infty)$ ✓ ۲

ب) $y=(3-\sin x)(1+\sin x)$

$=-\sin^2 x+2\sin x+3$

$\xrightarrow{\sin x=1} -1+2+3=4$

$\xrightarrow{\sin x=-1} -1-2+3=0$ ✓ $\to R\in[0,4]$ ✓

$\xrightarrow{-\frac{b}{2a}=1} -1+2+3=4$

۴-

$9(10)-\frac{1}{3}(\frac{9\times 10}{2})=90-15=75$ ✓ ۲

جمع ۱۰ تا — جمع اعداد طبیعی — تکراری

۵- چون ریشه‌ی مضاعف دارد یعنی توانه زوج هست $(+\infty,2]$
دامنه ۲ هست پس درجه دو نیست $\to a=0$ ✓ ۲

$f(x)\sqrt{bx+c}$

$\xrightarrow{x=2} 2b+c=0$
$\xrightarrow{x=3} 3b+c=1$ $\to \boxed{b=1}$ $c=-2$ ✓

$g(x)=\sqrt{+x^2+4} \to R\in[2,+\infty)$ ✓

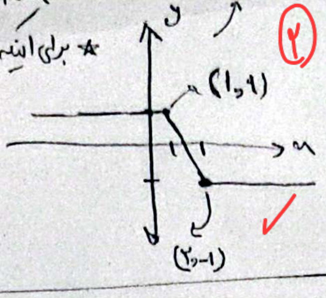
۶-

$f(x)=|x-2|-|x-1|=kx$

* برای اینکه این تابع دو جواب داشته باشد خط kx باید از بین نقاط $(0,0)$ و $(2,-1)$ بگذرد

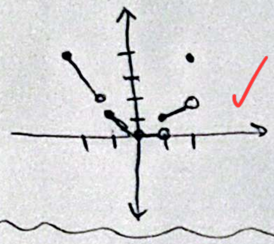
$k=\frac{0+1}{0-2}=\frac{-1}{2}$ ✓

$f(x)=|x-2|-|x-1|$ ۲



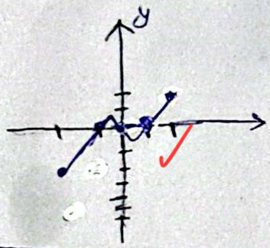
۷-

الف) $y=x[x] \longrightarrow x\in[-2,-1) \longrightarrow -2x$
$x\in[-1,0) \to -1x$ ✓
$x\in[0,1) \to 0$
$x\in[1,2) \to x$
$x=2 \to 4 \to R\in[0,4]-\{2\}$ ✓ ۲



ب) $y=x|x|-x \xrightarrow{-2\leq x<0} -x^2-x$ ✓
$\xrightarrow{0\leq x\leq 2} x^2-x$

$\to R\in[-2,2]$ ✓



۸-

$y=\frac{x+1+x+1}{x^2+x}=\frac{2x+2}{x^2+x}=\frac{2(x+1)}{x(x+1)}=\frac{2}{x}$ ✓ ۲
$x\neq 0,-1$

$\longrightarrow R\in\mathbb{R}-\{-2,0\} \to a+b=-2$ ✓

۹-

$\sqrt{x}=t \to \frac{t^2-4t+3}{t^2-2t+1}=\frac{(t-3)(t-1)}{(t-1)(t-1)}=\frac{t-3}{t-1} \longrightarrow t\neq 1$ ✓ ۲

$\xrightarrow[0\leq t<1]{t\to 1^-} y=\frac{t-3}{t-1}=+3 \to [3,+\infty)$ (I)

$\xrightarrow[t\to 1^+]{1<t} f(3)=0 \to f(t)\to 1 \to (-\infty,1)$ (II)

$I\cup II$

$R\in(-\infty,1)\cup[3,+\infty)$ ✓

۱۰-

$f(x)=\frac{x(x^2-1)+2(x^2-1)}{(x^2-1)}=\frac{(x^2-1)(x+2)}{(x^2-1)}$

$\xrightarrow{x\neq 1,-1} f(x)=x+2 \longrightarrow f(1)=3,\ f(-1)=1$ ۲

$R\in\mathbb{R}-\{1,3\} \longrightarrow 1+3=4$ ✓