

تکلیف حریف

الف) $y = \left(x - 2\left[\frac{x}{2}\right]\right)^2$

$\left[2\left(\frac{x}{2} - \left[\frac{x}{2}\right]\right)\right]^2$ $0 \leq \left\{ \frac{x}{2} - \left[\frac{x}{2}\right] \right\} < 1$
 $\Rightarrow [0 \leq \left\{ \frac{x}{2} - \left[\frac{x}{2}\right] \right\} < 1]^2 = 0 \leq \left\{ \frac{x}{2} - \left[\frac{x}{2}\right] \right\}^2 < 1$

$R_y = [0, 1)$

ب) $-\sin x + \log y - 4 = 0$

$\log y = 4 + \sin x$ $y = 10^{4 + \sin x}$ $-1 \leq \sin x \leq 1 \Rightarrow 3 \leq y \leq 10^5 \Rightarrow R_y = [10^3, 10^5]$

۲) برد تابع $f(x) = \sqrt{\frac{x^2-4}{x^2-9}}$ به صورت $[a, b] \cup (c, +\infty)$ است. مقدار $a+b+c$ را بدست آورید.

① $y \geq 0$
 ② $y^2 = \frac{x^2-4}{x^2-9}$ $x^2 = \frac{-y^2+4}{y^2-1} \geq 0$ $\frac{-y^2+4}{1-y^2} \geq 0$ $\frac{-1}{1-y^2} \geq 0$ $\frac{1}{y^2-1} \geq 0$ $y^2-1 \geq 0$ $y \geq 1$ $R_y = [0, \frac{2}{3}] \cup (1, +\infty)$

$a+b+c = 0 + \frac{2}{3} + 1 = \frac{5}{3}$

الف) $f(x) = x + \frac{1}{x} + 2\sqrt{x + \frac{1}{x}}$ $(t+1)^2 - 1 = y$ $R_y = [2\sqrt{2}+2, +\infty)$
 $t = \sqrt{x + \frac{1}{x}}$ $t \geq 0$ $2 + y + 2\sqrt{2} - x = 2\sqrt{2} + 2$

$a + \frac{1}{a} \geq 0 \Rightarrow f \in [2, +\infty)$

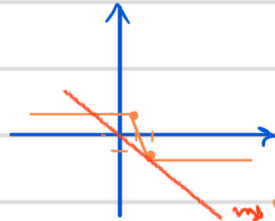
ب) $y = (3 - \sin x)(1 + \sin x)$ $R_y = [0, 4]$
 $y = 3 - \sin^2 x + 2\sin x$ $\sin \alpha = 1 \Rightarrow -1 + 2 + 3 = 4$
 $\sin \alpha = -1 \Rightarrow -1 - 2 + 3 = 0$
 $\sin \alpha = \frac{b}{ca} = \frac{2}{3} = 1$

۴) اگر دانه‌ی تابع $f(x) = -\frac{1}{x}x + 10$ مجموعه‌ی اعداد طبیعی یک رقمی باشد، مجموع تمام اعضای برد این تابع را بدست آورید.
 $x = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
 $y = -\frac{1}{1} + 10 - \frac{1}{2} + 10 - \frac{1}{3} + 10 - \frac{1}{4} + 10 + \dots - \frac{1}{9} + 10 = 9 \times 10 + \frac{-(1+2+3+4+5+6+7+8+9)}{36}$
 $90 - 15 = 75$

۱۵) تابع $f(x) = \sqrt{ax^2 + bx + c}$ فقط در بازه‌ی $[2, +\infty)$ تعریف می‌شود. اگر $f(2) = 1$ باشد برد تابع
 $k(2) = \sqrt{4a + 2b + c} = 1$ $b = 1$ $c = -2$
 $g(x) = \sqrt{x^2 + 2}$ $a = 0$ $b = 1$ $c = -2$
 $x = -\frac{b}{2a} = 0 \Rightarrow y = 4 \Rightarrow R_y = \sqrt{[4, +\infty)} = [2, +\infty)$
 $x > 0 \Rightarrow R_y [2, +\infty)$

تایید جواب

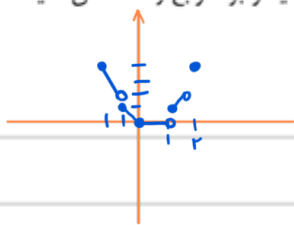
(۶) مقدار k را طوری تعیین کنید که معادله $|x-2| - |x-1| = kx$ دو جواب داشته باشد.
 از بعد آسانی
 ۲ ←
 ۱ ←



شکل آن
 به این صورت است
 $2k = -1 \Rightarrow k = -\frac{1}{2}$
 بگذار (۱- و ۲) از نقطه

(۷) نمودار توابع زیر را در بازه $[-2, 2]$ رسم کنید و برد توابع را مشخص کنید.

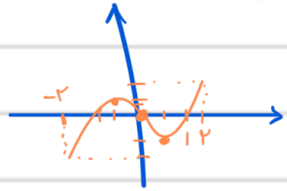
الف) $y = x[x]$
 $-2 \leq x < -1 \Rightarrow -2x$
 $-1 \leq x < 0 \Rightarrow -x$
 $0 \leq x < 1 \Rightarrow 0$
 $1 \leq x < 2 \Rightarrow x$
 $x = 2 \Rightarrow 4$



$R_y = [0, 4]$

ب) $y = x|x| - x$

$+2 \leq x \Rightarrow 0 \quad x \geq 0 \quad x^2 - x \quad -\frac{b}{2a} = \frac{1}{2}$
 $0 \leq x \leq -2 \quad x \leq 0 \quad -x^2 - x \quad -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{2}$



$R_y = [-2, 2]$

(۸) برد تابع $y = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x^2+x}$ برابر $\mathbb{R} - \{a, b\}$ است. مقدار $a+b$ کدام است؟

$$a+b = -2+0 = -2$$

حداقل
 $R = \mathbb{R} - \{\frac{a}{2}\}$
 $\frac{x+1+x+1}{x^2+x} = \frac{2(x+1)}{x(x+1)} = \frac{2}{x}$
 $x+1 \Rightarrow y \neq -2$
 $y + \frac{a}{2} = 0 \Rightarrow R_y = \mathbb{R} - \{0, -2\}$

(۹) برد تابع $f(x) = \frac{x-4\sqrt{x}+3}{x-2\sqrt{x}+1}$ کدام است؟
 $\frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-1)^2} = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-1}$
 $\sqrt{x} = \frac{-y+3}{-y+1} \geq 0 \Rightarrow \frac{1}{+} - \frac{3}{-} +$

$R_y = (+\infty, 1) \cup [3, +\infty)$

(۱۰) اگر برد تابع $f(x) = \frac{x^2+2x^2-x-2}{x^2-1}$ فقط شامل دو عدد حقیقی نباشد، مجموع این دو عدد کدام است؟

$\frac{x^2+2x^2-x-2}{x^2-1} = \frac{(x^2-1)(x+2)}{(x^2-1)} = x+2$
 $x+1 \Rightarrow y=3$
 $x=-1 \Rightarrow y=1$
 $R_f = \mathbb{R} - \{3, 1\}$
 $3+1 = 4$

