سوال ①

$f(2x+1)+f(x+2)=3x+f(3) \Rightarrow y=\sqrt{f(x)-x^2}$ $\quad R_f=?$ $\Rightarrow 2x+1=3 \Rightarrow x=1$

$\Rightarrow f(3)+f(3)=3+f(3) \Rightarrow f(3)=3$

$f(x)=ax+b \Rightarrow 2ax+a+b+ax+2a+b=3x+3 \Rightarrow 3ax+3a+2b=3x+3$

$\Rightarrow a=1 \; , b=0$

$f(x)=x \Rightarrow y=\sqrt{x-x^2} \Rightarrow x-x^2 \Rightarrow -\frac{b}{2a}=\frac{-1}{-2} \Rightarrow \frac{1}{2}=x_{\text{رأس}}$

$\Rightarrow \frac{1}{2}-\frac{1}{4}=\frac{1}{4}=y_{\text{رأس}} \xrightarrow{a<0} (-\infty,\frac{1}{4}] \xrightarrow[\text{رادیکال}]{\text{اعمال}} [0,\frac{1}{2}] \in R_f$

سوال ②

$f(x)=\frac{x^3-4x}{x+2} \xrightarrow{D_f} \mathbb{R}-\{a,b\} \; , \xrightarrow{R_f} [c,+\infty)-\{8\} \Rightarrow f(\frac{a+b}{2c})=?$

$\frac{x(x^2-4)}{x+2}=\frac{x(x-2)(x+2)}{x+2}=x(x-2) \rightarrow y=x^2-2x$

$D_f \Rightarrow \mathbb{R}-\{\text{ریشه مخرج}\} \Rightarrow \mathbb{R}-\{-2\} \rightarrow a,b=-2$

$R_f \Rightarrow x^2-2x=y \Rightarrow x^2-2x-y=0 \xrightarrow{\Delta \geq 0} 4+4y \geq 0 \Rightarrow y \geq -1$

$\Rightarrow [-1,+\infty)-\{8\} \rightarrow c=-1$

$f(\frac{-2-2}{-2})=f(2) \Rightarrow 4-4=0 \Rightarrow \boxed{f(2)=0}$

سوال ③

$y=\sqrt[3]{x^3+ax^2+bx-8} \xrightarrow{D_f} [a,b] \xrightarrow{R_f} ?$

$y=\sqrt[3]{(x-2)^3}=\sqrt[3]{x^3-6x^2+12x-8}=x-2 \Rightarrow a=-6 \; , b=12$

$-6 \leq x \leq 12 \xrightarrow{-2} -8 \leq x-2 \leq 10 \Rightarrow \boxed{R_f \in [-8,10]}$

سوال ④

$y_1=(\frac{x+1}{1-x})^{\frac{1}{a}} \; , \; y_2=(\frac{ax^2-1}{x^2+b}) \Rightarrow D_{f_1}=R_{f_2} \qquad a+b=?$

$D_{f'} \Rightarrow \log_b^a=c \Rightarrow b^c=a \Rightarrow a>0 \; , b>0 \; , b\neq 1$

$R_f \Rightarrow yx^2+yb=ax^2-1 \Rightarrow x^2=\frac{-yb-1}{y-a} \Rightarrow x=\pm\sqrt{\frac{yb+1}{a-y}}$

$\Rightarrow \frac{-yb-1}{y-a} \geq 0 \rightarrow$ $-\frac{1}{b}$, a: $- \; + \; -$ $\rightarrow$ ۲ حالت داریم

حالت ۱ $\Rightarrow a=1 \; , b=-1 \Rightarrow y=\frac{x^2-1}{x^2-1} \rightarrow y=0$ جزء برد است چون غیرقابل قبول

حالت ۲ $\Rightarrow a=-1 \; , b=1 \Rightarrow y=\frac{-x^2-1}{x^2-1} \rightarrow$ قابل قبول $\rightarrow a+b=\boxed{-1+1=0}$

Ⅰ $\frac{x+1}{1-x}>0 \rightarrow$ -1, 1: $- \; + \; -$ $\Rightarrow (-1,1)$

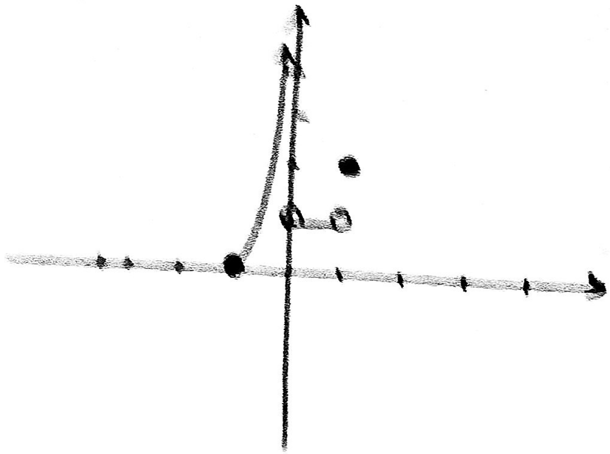
Ⅱ $\frac{x+1}{1-x}\neq 1 \Rightarrow x+1\neq 1-x \rightarrow x\neq 0$

اشتراک $\cap$ $(-1,1)-\{0\}$

سوال ۵

$y = [\ldots] + [\ldots]$ [illegible] $x \in (-1, 0) \Rightarrow y = -\frac{1}{x} - 1$

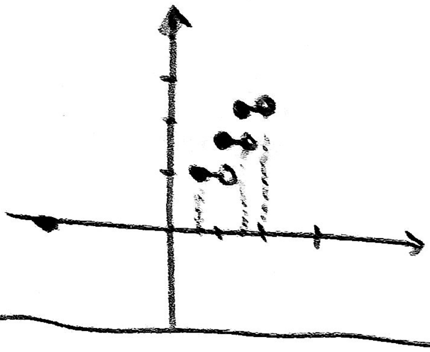
$x \in (0, 1) \Rightarrow y = 0 + 1 = 1$ / $x \in \{1\} \Rightarrow y = ۲$



سوال ۶

$y = [x] + [x + \frac{1}{۲}] \xrightarrow{[\frac{1}{۲}, ۲)} x \in [\frac{1}{۲}, 1) \to 0 + 1 = 1$

$x \in [1, \frac{۳}{۲}) \to 1 + 1 = ۲ \Rightarrow x \in [\frac{۳}{۲}, ۲) \to 1 + ۲ = ۳$



۳ پاره خط

سوال ۷

$\left| \frac{x+1}{ax+۳} \right| < 1 \to (b, +\infty)$, $a - b = ?$

$\left| \frac{b+1}{ab+۳} \right| = 1 \Rightarrow$ I $\frac{b+1}{ab+۳} = 1 \Leftarrow x = b$ چون سربازه ها در بازه نیست

$\to b + 1 = ab + ۳$

$\Rightarrow b(1-a) = ۲$, II $\frac{b+1}{ab+۳} = -1 \Rightarrow b + 1 = -ab - ۳$

$b(a+1) = -۴$

$\Rightarrow b = \frac{-۴}{a+1} = \frac{۲}{1-a} \Rightarrow ۴a - ۴ = ۲a + ۲ \to ۲a = ۶ \Rightarrow a = ۳$

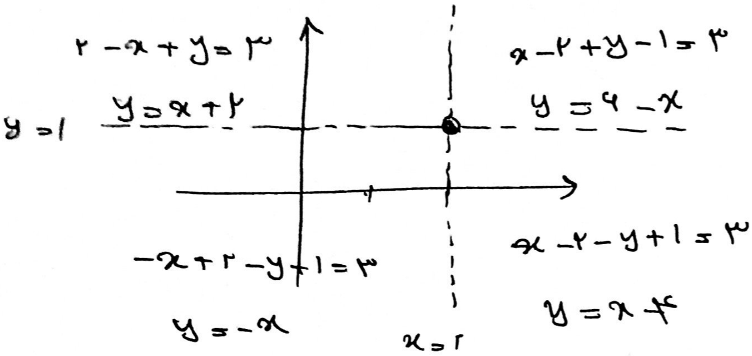
$b = \frac{-۴}{۴} = -1 \Rightarrow a - b = ۳ - (-1) = ۴$

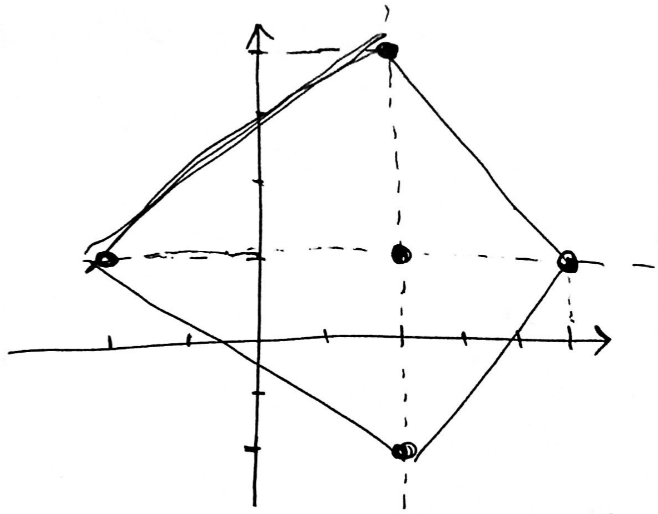
۴

پریا صنعی

سوال ۸

$$|x-2| + |y-1| = 3$$

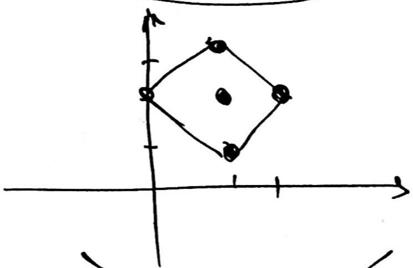




۹

الف) $|x-1|+|y-2|=1$

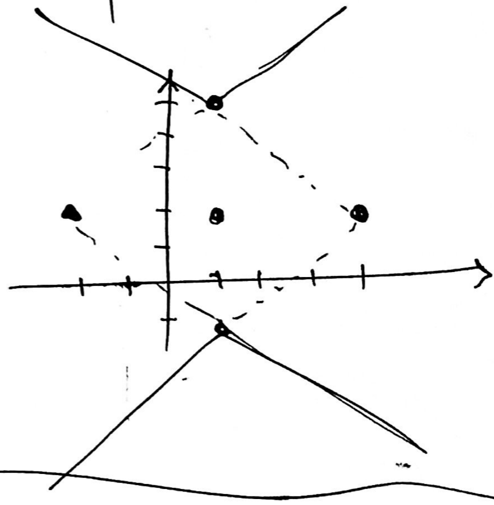
مرکز $\left|\begin{matrix}1\\2\end{matrix}\right.$



ب) $|x-1|-|y-2|=-3$

مرکز $\left|\begin{matrix}1\\2\end{matrix}\right.$

$\to |y-2|-|x-1|=3$



۱۰

$$y = 3x + |ax+b| \xrightarrow{R_f} \mathbb{R}$$

$(3-a)x-b$	$-\frac{b}{a}$	$(3+a)x+b$

برای اینکه R_f برابر $\mathbb{R}$ شود باید ۲ شیب ضابطه‌ها یکی + و دیگری - باشد

$(3-a)(3+a)<0$

	-3		3	
$-$	ق ق	$+$	ق ق	$-$

$\to (-\infty,-3)\cup(3,+\infty)$

± 3 نمی‌توانند باشد نمودار ثابت می‌شود!