نام و نام خانوادگی ...فاطمه کریمی... **پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره** ...۲... **کلاس** ...دوازدهم ریاضی A...

۱

$f(2x+1)+f(x+2)=3x+f(3)$

$f(x)=ax+b$ (خطی)

$\Rightarrow a(2x+1)+b+a(x+2)+b=3x+3a+b$

$3ax+3a+2b=3x+3a+b$ عبارت برقرار است $\Rightarrow x=0 \Rightarrow \cancel{3a}+2b=\cancel{3a}+b \Rightarrow b=0$

$3ax+2b=3x+b \rightarrow 3a=3 \Rightarrow a=1$ ، $2b=b \Rightarrow b=0$

$x=1 \Rightarrow 3a+\cancel{3a}+\cancel{2b}=3+\cancel{3a}+\cancel{b} \Rightarrow a=1$ $) \rightarrow f(x)=x$

$y=\sqrt{f(x)-x^2} \Rightarrow y=\sqrt{-x^2+x} \longrightarrow R=\sqrt{(-\infty,y_{max}]}$

$x_{max}=\frac{-b}{2a} \Rightarrow \frac{-1}{-2}=\frac{1}{2}$

$y_{max}=-\frac{1}{4}+\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$ $) \rightarrow R=\sqrt{(-\infty,\frac{1}{4}]}=\boxed{[0,\frac{1}{2}]}$

۲

$f(x)=\frac{x^3-4x}{x+2}$

برد $\Rightarrow y=\frac{x(x^2-4)}{x+2}=x^2-2x$ ، $x\neq -2$

$R_f=[y_{min},+\infty) \Rightarrow x_{min}=\frac{-b}{2a} \Rightarrow \frac{-(-2)}{2}=1$

$y_{min}=1-2=-1$

$x\neq -2 \Rightarrow y\neq 8$

$\Rightarrow R_f=\underset{c}{[-1,+\infty)}-\{8\}$

دامنه $\Rightarrow$ مخرج $\neq 0 \Rightarrow x+2\neq 0 \Rightarrow x\neq -2$

x به ازای برد ۸ $\Rightarrow x^2-2x=8 \Rightarrow x^2-2x-8=0$

$(x-4)(x+2)=0$ ، $x=4$ ، $x=-2$

$\Rightarrow D_f=\mathbb{R}-\{\underset{a}{-2},\underset{b}{4}\}$

$\Rightarrow \frac{a+b}{2c}=\frac{-2+4}{(-1)2}=-1 \Rightarrow f(-1)=\frac{(-1)^3-4(-1)}{-1+2}=\frac{-1+4}{1}=\boxed{3}$

۳

$y=\sqrt[3]{x^3+ax^2+bx-8} \xrightarrow{\text{تابع خطی}} x^3+ax^2+bx-8=(x-2)^3=x^3\underset{a}{-6}x^2+\underset{b}{12}x-8$

زیر رادیکال باید بتوان به صورت $(kx+a)^3$ نوشت

$\Rightarrow y=\sqrt[3]{(x-2)^3}=x-2$

$, D_f=[-6,12]$ $) \rightarrow -6\leq x\leq 12 \rightarrow -8\leq x-2\leq 10$

$R_f=[-8,10]$

۴

$y_1=\left(\frac{x+1}{1-x}\right)^{\frac{1}{d}}=\sqrt[d]{\frac{x+1}{1-x}} \rightarrow 1-x\neq 0$ ، مخرج $\neq 0$

$x\neq 1$

$D_1=\mathbb{R}-\{1\}$

$y_2=\frac{ax^2-1}{x^2+b} \Rightarrow yx^2+yb=ax^2-1$

$(y-a)x^2=-(yb+1) \rightarrow x^2=\frac{yb+1}{-y+a} \Rightarrow \frac{b}{-1}=\frac{-1}{a} \Rightarrow ab=-1$ $) \rightarrow \begin{matrix} a=1 \\ b=-1 \end{matrix}$ $a+b=1-1=\boxed{0}$

$y=\mathbb{R}-\{1\}$ مخرج $\neq 0$ $y\neq a \Rightarrow a=1$

$(x^2=\frac{-y+1}{-y+1}=1 ✓)$

۵

$y=\frac{[x]}{x}+\frac{|x|}{x}$ مخرج $\neq 0$ ، $x\neq 0$

$-1\leq x<0 \Rightarrow [x]=-1$

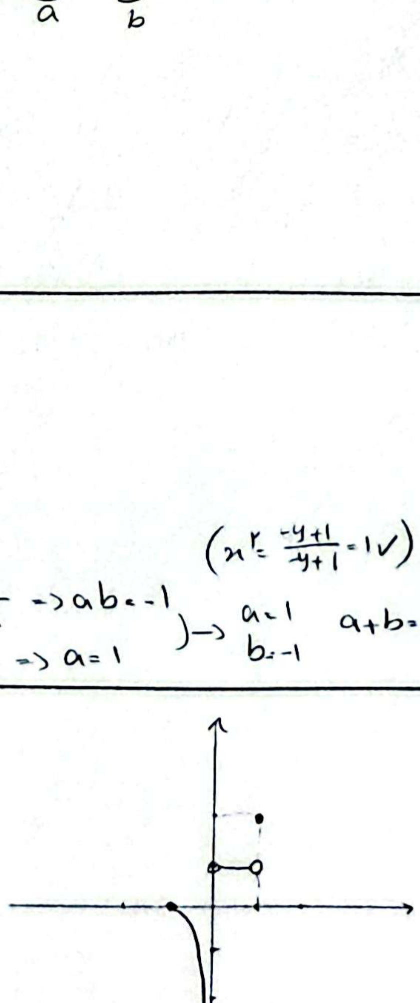
$|x|=-x \Rightarrow \frac{|x|}{x}=-1$ $) \rightarrow \frac{-1}{x}-1=y$ $\begin{matrix} -1 \rightarrow 0 \\ 0 \rightarrow -\infty \end{matrix}$

$0<x<1 \Rightarrow [x]=0$

$|x|=x \Rightarrow \frac{|x|}{x}=1$ $) \rightarrow y=1$

$x=1 \Rightarrow [x]=1$

$|x|=x \Rightarrow \frac{|x|}{x}=1$ $) \rightarrow y=\frac{1}{1}+1=2$

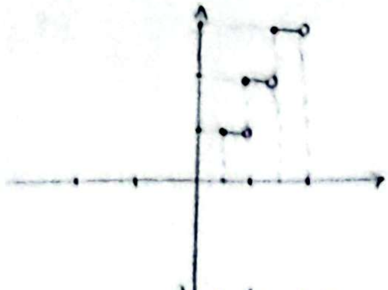


$y=[x]+[x+\frac{1}{2}]$ $D_f=[\frac{1}{2},2)$

$\frac{1}{2}\le x<1 \to 1\le x+\frac{1}{2}<\frac{3}{2} \to [x]=0,\ [x+\frac{1}{2}]=1 \to y=1$

$1\le x<\frac{3}{2} \to \frac{3}{2}\le x+\frac{1}{2}<2 \to [x]=1,\ [x+\frac{1}{2}]=1 \to y=2$

$\frac{3}{2}\le x<2 \to 2\le x+\frac{1}{2}<\frac{5}{2} \to [x]=1,\ [x+\frac{1}{2}]=2 \to y=3$



۳ پاره خط داریم!

۶

$y=\left|\frac{x+1}{ax+3}\right| \xrightarrow{y<1} \left|\frac{x+1}{ax+3}\right|<1 \to \frac{(x+1)^2}{(ax+3)^2}<1 \to (x+1)^2<(ax+3)^2 \to \underset{\sim}{x^2}+2x+1<\underset{\sim}{a^2x^2}+6ax+9$

$(b,+\infty) \to a^2=1 \to a=1 \to (x+1)^2<(x+3)^2 \to \cancel{x^2}+2x+1<\cancel{x^2}+6x+9 \to -2<x$

$D=(-2,+\infty)$ ✓

$\to a=-1 \to (x+1)^2<(-x+3)^2 \to \cancel{x^2}+2x+1<\cancel{x^2}-6x+9 \to x<1$

$D=(-\infty,1)$ X

$\to a=1,\ b=-2 \to a-b=1-(-2)=\boxed{3}$

۷

$|x-2|+|y-1|=3$

$x=2$ $y=1$

$\xrightarrow{\text{با جایگذاری}} 2x=10 \to x=5,\ y=1$

$x>2, y>1 \to x-2+y-1=3 \to y=-x+6$

$\Big) \to 2x=4 \to x=2,\ y=4$

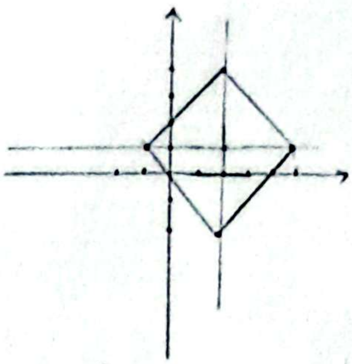
$x<2, y>1 \to 2-x+y-1=3 \to y=x+2$

$\Big) \to 2x=-2 \to x=-1,\ y=1$

$x<2, y<1 \to 2-x+1-y=3 \to y=-x$

$\Big) \to 2x=4 \to x=2,\ y=-2$

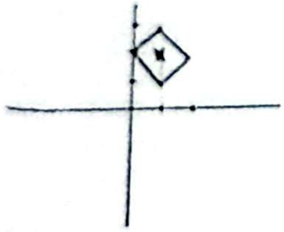
$x>2, y<1 \to x-2+1-y=3 \to y=x-4$



۸

الف) $|x-1|+|y-2|=1 \to$ به اندازه ۱ از اطراف!

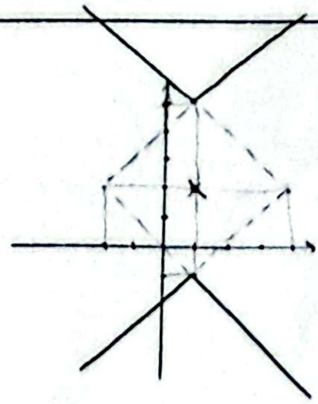
$x=1$ $y=2$



ب) $|x-1|-|y-2|=-3$

$|y-2|-|x-1|=3$

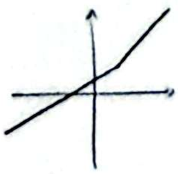
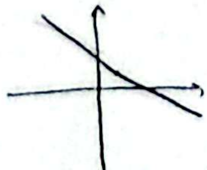
$y=2$ $x=1$



۹

$y=3x+|ax+b| \to y=(3+a)x+b$

$\to y=(3-a)x-b$

$\to$  یا 

$3+a>0$

$a>-3$

,

$3-a>0$

$a<3$

$\Rightarrow$ اشتراک $\to \boxed{a=(-3,3)}$

$3+a<0$

$a<-3$

$3-a<0$

$3<a$

$\to$ اشتراک $=\varnothing$

۱۰