حیا شاکی - دوازدهم دختر A

$f(2x+1)+f(x+2)=3x+f(3) \xrightarrow{x=1} f(3)+f(3)-f(3)=3 \quad f(3)=3$

(۱)

$f(2x+1) \to a(2x+1)+b \to 2ax+a+b$

$f(x+2) \to a(x+2)+b \to ax+2a+b$

$\Big\} \; x(3a)+3a+2b=3x+3$

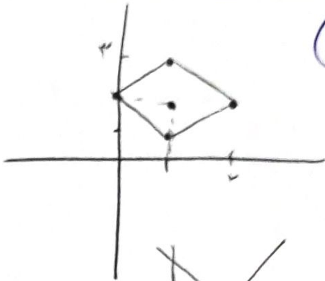
$3a=3 \quad \boxed{a=1} \qquad 3a+2b=3 \qquad 3+2b=3 \quad \boxed{b=0}$

$f(x)=x \quad \sqrt{f(x)-x^2} \to \sqrt{-x^2+x} \to -\frac{b}{2a}=\frac{-1}{-2}=\Big\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{4} \to \sqrt{(-\infty, \frac{1}{4}]} \to$ [۰, ۱/۲] برد

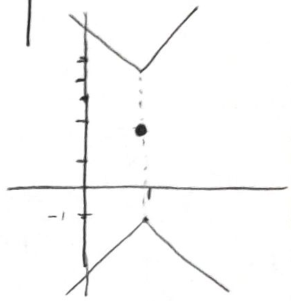
---

(۶)

الف) $|x-1|+|y-2|=1 \xrightarrow{\text{نمودار مربع}} \begin{matrix} x=1 \\ y=2 \end{matrix} \to \frac{1}{2} \to$ پس این نقطه را یک واحد چپ، راست، بالا و پایین می‌بریم



ب) $|x-1|-|y-2|=-3 \xrightarrow[\text{کوچکتر}]{\text{نمودار بزرگتر}} \times -1 \to |y-2|-|x-1|=3 \quad \begin{matrix} x=1 \\ y=2 \end{matrix}$



---

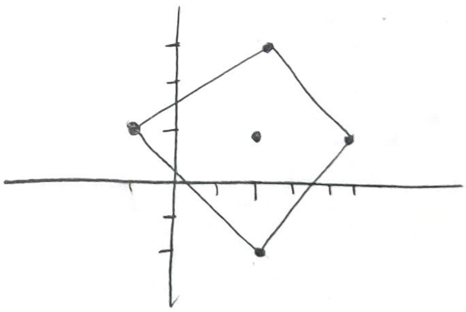
(۸)

$|x-2|+|y-1|=3 \qquad |y-1|=3-|x-2|$

$x \geq 2 \to |y-1|=3-x+2 \to y-1=-x+5 \Rightarrow y=-x+6$ ؛ یا $y-1=x-5 \Rightarrow y=x-4$

$x<2 \to |y-1|=3-(-x+2) \to y-1=x+1 \Rightarrow y=x+2$ ؛ یا $y-1=-x-1 \Rightarrow y=-x$

	2	
$x+2$		$-x+6$
$-x$		$x-4$



---

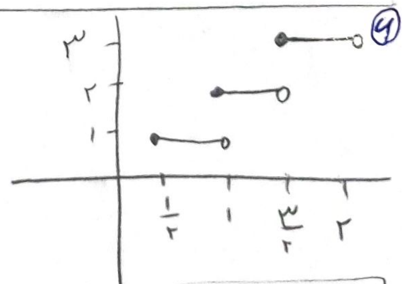
(۴)

$y=[x]+[x+\frac{1}{2}] \qquad D_f=[\frac{1}{2}, 2)$

$y=1 \quad \frac{1}{2} \leq x < 1$

$y=2 \quad 1 \leq x < \frac{3}{2}$

$y=3 \quad \frac{3}{2} \leq x < 2$

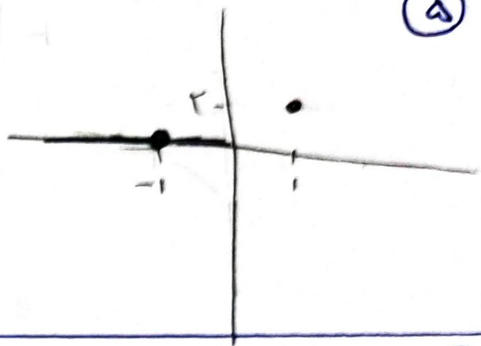


از ۳ پاره خط

۵)

$$y = \frac{[x]}{x} + \frac{|\bar{x}|}{x}$$

-۲	-۱	۱	۲
۰	۰	۲	۲



$-۱ \leq x < ۰$ $\quad \frac{-۱}{۰}$

$۰ < x < ۱$ ← تعریف نشده $\frac{۰}{۰}$

$x = ۱$ $\quad \frac{۱}{۲}$

---

۳)

$y = \sqrt[۳]{x^۳ + ax^۲ + bx - ۸}$ $\quad y = \sqrt[۳]{(x-۲)^۳}$ $\to \sqrt[۳]{x^۳ - ۶x^۲ + ۱۲x - ۸}$

$a = -۶$ $\quad b = ۱۲$ $\quad Df = [-۶, ۱۲]$ $\quad y = x - ۲$ $\quad Rf = [-۸, ۱۰]$

---

۴)

$y = \sqrt{\frac{x+۱}{۱-x}}$ $\quad Df = R - \{۱\}$ $\quad y = \frac{ax^۲ - ۱}{x^۲ + b}$ $\quad yx^۲ + yb = ax^۲ - ۱$

$x^۲(y - a) = -۱ - yb$ $\quad x^۲ = \frac{-۱ - yb}{y - a}$ $\quad x = \sqrt{\frac{-۱ - yb}{y - a}}$ $\quad a = ۱$

---

۲)

$f(x) = \frac{x^۳ - ۴x}{x + ۲}$ $\xrightarrow{\text{ابتدا برد را بدست می آوریم}}$ $y = \frac{(x).(x^۲ - ۴)}{(x+۲)} = \frac{x(x-۲)(x+۲)}{(x+۲)} = y = x(x-۲)$

$\to y = x^۲ - ۲x$ $\quad -\frac{b}{۲a} = \frac{۲}{۲} = ۱$ $\xrightarrow{f(۱)}$ $-۱ \to$ برد $= [-۱, +\infty) - \{۸\} \to c = -۱$

در برد تابع ۸ وجود ندارد پس یعنی در دامنه هم نباید باشد، قاعده را مساوی ۸ قرار دهیم تا ببینیم در ازای چه مقداری از x ها، y ۸ می شود

$x^۲ - ۲x = ۸$ $\quad x^۲ - ۲x - ۸ = ۰$ $\quad (x - ۴)(x + ۲) = ۰$ $\to x = -۲ \to a$

$\to x = ۴ \to b$

$f\left(\frac{a+b}{۲c}\right) \to \frac{۴ - ۲}{-۲} = -۱ \to f(-۱) = \frac{-۱ + ۴}{-۱ + ۲} = ۳$

---

۷)

$\left|\frac{x+۱}{ax+۳}\right| < ۱$ $\quad \frac{x+۱}{ax+۳} < ۱$ $\quad \frac{x+۱}{ax+۳} - ۱ < ۰$ $\quad \frac{x(۱-a) - ۲}{ax+۳} < ۰$

$\frac{x+۱}{ax+۳} > -۱$ $\quad \frac{x+۱}{ax+۳} + ۱ > ۰$ $\quad \frac{x(۱+a) + ۴}{ax+۳} > ۰$