

۱

$$2n+1 \Rightarrow n \leq 1 \Rightarrow f(1) + f(1) \leq 1 + f(1) \Rightarrow f(1) \leq 1$$

$$f(n) \leq an+b \Rightarrow 2an+a+b + an+1a+b \leq 3n+1$$

$$\Rightarrow 3an+2a+b \leq 3n+1 \Rightarrow a \leq 1, b \leq 0$$

$$f(n) \leq n \Rightarrow y \leq \sqrt{n-n^2} \Rightarrow n-n^2 \geq 0 \Rightarrow \frac{-b}{2a} \leq \frac{-1}{-2} \leq \frac{1}{2} \Rightarrow n \leq \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \leq \frac{1}{2} \Rightarrow a \leq 0 \Rightarrow (-\infty, \frac{1}{2}] \rightarrow \text{از این عملیات} \boxed{[0, \frac{1}{2}]} \checkmark \leftarrow R_f$$

۲

$$f(n) \leq \frac{n^2-1}{n+1} \Rightarrow \frac{n(n-1)}{n+1} \Rightarrow \frac{n(n-1)(n+1)}{n+1} \Rightarrow n(n-1) \Rightarrow n^2-1 \leq n^2 \Rightarrow n \geq 1$$

چون در تابع نقطه ۱ را می بینیم پس در هر دو طرف
به غیر از ۱ - نقطه دیگری هم ۱ می دهیم طبق
تفان کبی

$$\Rightarrow n^2-1 \leq n^2 \Rightarrow R_f \leq [-1, +\infty) - \{1\} \Rightarrow \boxed{(-1, 1)} \checkmark$$

۱+۳+۴=۸ و ۲+۳=۵
۴-۲=۲ و ۸-۲=۶

$$f\left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right) \leq \frac{(-1)^2-1}{-1+1} \Rightarrow \frac{0}{0} \checkmark$$

۲

۳

$$y \leq \sqrt{n^2+an^2+bn-1} \Rightarrow y \leq \sqrt{(n-2)^2} \Rightarrow \sqrt{n^2-4n+4} \Rightarrow a=-4, b=4$$

$$\Rightarrow -4 \leq n \leq 4 \Rightarrow -1 \leq n-2 \leq 1 \Rightarrow \boxed{R_f \in [-1, 1]} \checkmark$$

۲

۴

$$y \leq \left(\frac{n+1}{1-n}\right)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \begin{cases} \textcircled{1} \frac{n+1}{1-n} > 0 \Rightarrow \frac{-1+1}{-1+1} \Rightarrow [-1, 1] \checkmark \\ \textcircled{2} \frac{n+1}{1-n} \neq 1 \Rightarrow n+1 \neq 1-n \Rightarrow n \neq 0 \end{cases} \Rightarrow [-1, 1] - \{0\}$$

$$R_f \Rightarrow y \leq \sqrt{n^2+bn+1} \Rightarrow n^2 \leq \frac{-3b-1}{y-a} \Rightarrow n \leq \pm \sqrt{\frac{-3b-1}{y-a}} \Rightarrow \frac{-3b-1}{y-a} \geq 0$$

$$\Rightarrow \frac{-3}{-3+1} \Rightarrow \textcircled{1} a=1, b=1 \Rightarrow y \leq \frac{n^2-1}{n^2-1} \Rightarrow \frac{0}{0} \checkmark$$

در اینجا y خاز به ۰ نمی رود

$$\textcircled{2} a=-1, b=1 \Rightarrow y \leq \frac{-n^2-1}{n^2-1} \Rightarrow \frac{0}{0} \Rightarrow a+b \leq -1+1 \Rightarrow \textcircled{0} \checkmark$$

۲

۵

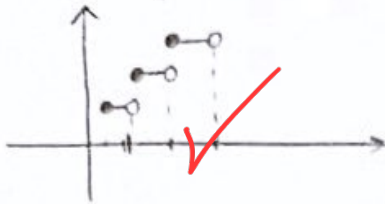
$$y \leq \frac{[n]}{n} + \frac{[m]}{n} \Rightarrow n \in [-1, 0) \Rightarrow y \leq \frac{-1}{n} - 1$$

$$n \in (0, 1) \Rightarrow y \leq 0+1=1 / n \in \{1\} \Rightarrow y \leq 1$$

۲

$$y = [n] + [n + \frac{1}{y}] \quad [\frac{1}{y} > 1] \rightarrow n \in [\frac{1}{y} > 1) \rightarrow 0 + 1 = 1$$

$$n \in [1, \frac{3}{y}) \rightarrow 1 + 1 = 2 / n \in [\frac{3}{y} > 2) \rightarrow 1 + 2 = 3$$



۱. با خط و

۲

با توجه به صورت سوال چون سرمانه ط است و باز است $\Rightarrow$ اگر $n = b$

$$|\frac{b+1}{ab+3}| = 1 \Rightarrow \textcircled{1} \frac{b+1}{ab+3} = 1 \rightarrow b+1 = ab+3 \Rightarrow b(1-a) = 2$$

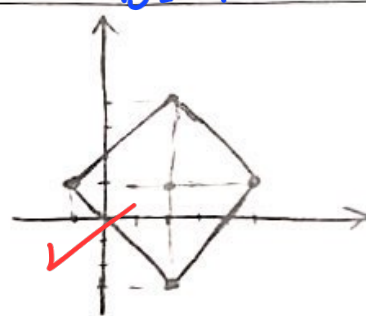
$$\textcircled{2} \frac{b+1}{ab+3} = -1 \rightarrow b+1 = -ab-3 \Rightarrow b(a+1) = -4 \Rightarrow b = \frac{-4}{a+1} = \frac{2}{1-a}$$

$$\Rightarrow 2a - 4 = 2a + 2 \Rightarrow 2a = 6 \Rightarrow a = 3 \quad \left(\left| \frac{a+1}{a+3} \right| \right)^2 < 1$$

$$b = \frac{-4}{a} = -1 \Rightarrow a - b = 3 - (-1) = 4 \quad \checkmark \quad a = 1 \quad b = -2 \quad a - b = 3$$

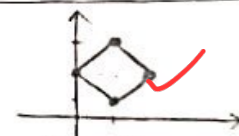
۱

$$\begin{aligned} |x-2| + |y-1| &\leq 3 \\ 2-x-y-1 &\leq 3 \Rightarrow y \geq x+1 \\ x-2+y-1 &\leq 3 \Rightarrow y \leq 4-x \\ -x-2-y+1 &\leq 3 \Rightarrow y \leq -x-4 \\ x-2-y+1 &\leq 3 \Rightarrow y \geq x-4 \end{aligned}$$

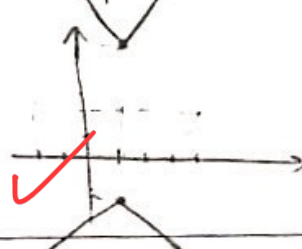


۲

الف) $|x-1| + |y-2| \leq 1 \Rightarrow$ مربع
به اندازه ۱ واحد به حرکت می رود.



ب) $|x-1| - |y-2| \leq 3 \Rightarrow$ مربع
 $x-1 \rightarrow |y-2| - |x-1| \leq 3$



۲

$$\begin{aligned} y &= 3x + |ax+b| \rightarrow x < \frac{-b}{a} \quad 3x - ax - b < y \\ &\rightarrow (3-a)x - b < y \\ x &> \frac{-b}{a} \quad (3+a)x + b < y \quad 3+a > 0 \Rightarrow a > -3 \\ &\rightarrow 3-a > 0 \Rightarrow a < 3 \end{aligned}$$

با توجه به اینکه دو تابع قدرمطلق است و شیب آنها منفی است پس باید شیبها هم علامت باشند.

$$\begin{cases} a > 3 \\ a < -3 \end{cases} \Rightarrow a \in \mathbb{R} - [-3, 3]$$

۱، ۷، ۵