۱)

$f(2x+1)+f(x+2)=3x+f(3)$ $\qquad y=\sqrt{f(x)-x^2}$

$\text{if } x=1 \Rightarrow 2f(3)=3(1)+f(3) \Rightarrow f(3)=3$

$\Rightarrow f(x+2)+f(2x+1)=3x+3=x+2+2x+1$

$\Rightarrow f(x)=x \Rightarrow y=\sqrt{f(x)-x^2}=\sqrt{x-x^2}$

$-x^2+x \longrightarrow$ برد $=(-\infty, y_S] \Rightarrow S \left| \begin{array}{l} x_S=\frac{-b}{2a}=\frac{-1}{-2}=\frac{1}{2} \\ y_S=-(\frac{1}{2})^2+\frac{1}{2}=-\frac{1}{4}+\frac{1}{2}=\frac{1}{4} \end{array} \right.$

$\Rightarrow y=\sqrt{f(x)-x^2}=\sqrt{(-\infty,\frac{1}{4}]} \Rightarrow$ $\boxed{\text{برد}=[0,\frac{1}{2}]}$

۲)

$f(x)=\frac{x^3-4x}{x+2}=\frac{x(x^2-4)}{x+2}=\frac{x(x+2)(x-2)}{x+2}$

$\Rightarrow \underset{x\neq -2}{f(x)}=x(x-2)=x^2-2x \Rightarrow x\neq -2 \Rightarrow y\neq 8 \Rightarrow y\in[y_S,+\infty)-\{8\}$

$\Rightarrow S \left| \begin{array}{l} x_S=\frac{-b}{2a}=\frac{2}{2}=1 \\ y_S=(1)^2-2(1)=-1 \end{array} \right. \Rightarrow R_f=[-1,+\infty)-\{8\}$

طبق برد ۱

$x^2-2x\neq 8 \Rightarrow x^2-2x-8\neq 0$ $\qquad \Rightarrow \boxed{C=-1}$

$\Rightarrow (x-4)(x+2)\neq 0 \Rightarrow x\neq -2,4 \Rightarrow D_f=\mathbb{R}-\{-2,4\} \Rightarrow a=-2,\ b=4$

$\Rightarrow f(\frac{a+b}{2C})=f(\frac{-2+4}{-2})=f(-1)=\frac{(-1)^3-4(-1)}{(-1)+2}=\frac{-1+4}{1}=\boxed{3}$

۳)

$y=\sqrt[3]{x^3+ax^2+bx-8}$, دامنه $=[a,b]$

$y=\sqrt[3]{(x-2)^3}$ $\qquad$ طبق صورت سوال، تابع داده شده، تابع همانی است. ⇐

۱۰ ۵

$\Rightarrow y=\sqrt[3]{x^3-2x^2+6x-8} \Rightarrow a=-2,\ b=4$

$\Rightarrow D_f=[-2,4] \Rightarrow \boxed{R_f=[-4,2]}$

Subject ______ Date ______ روشنا ابوکیا

۴

$y_1=\left(\frac{x+1}{1-x}\right)^{\frac{1}{5}} \Rightarrow \frac{x+1}{1-x}>0 \Rightarrow$ -1 , 1 : $-$ $+$ $-$ $\Rightarrow x\in(-1,1)$

$\Rightarrow D_{f_1}=(-1,1)$

$y_2=\frac{ax^2-1}{x^2+b} \xrightarrow{x=0} y_2=\frac{-1}{b}$ و $\xrightarrow{x=+\infty} y_2=a$

$\Rightarrow R_{f_2}=(-1,1) \Rightarrow$ مخرج نمی‌تواند صفر شود $\Rightarrow b<0 \Rightarrow -\frac{1}{b}>0$

$\Rightarrow (-1,1)=(a,\frac{-1}{b}) \Rightarrow a=-1 \;,\; b=-1 \Rightarrow a+b=(-1)+(-1)=\boxed{-2}$

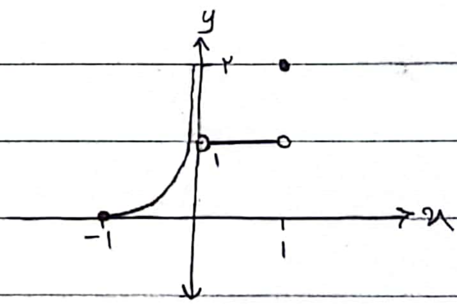
۵

$\frac{[x]}{x}+\frac{|x|}{x}$ $\quad [-1,1]$

$x\in[-1,0) \Rightarrow y=-\frac{1}{x}-1$

$x\in(0,1) \Rightarrow y=0+\frac{x}{x}=1$

$x=1 \Rightarrow y=2$



۶

$y=[x]+[x+\frac{1}{2}]$ $\quad [\frac{1}{2},2)$

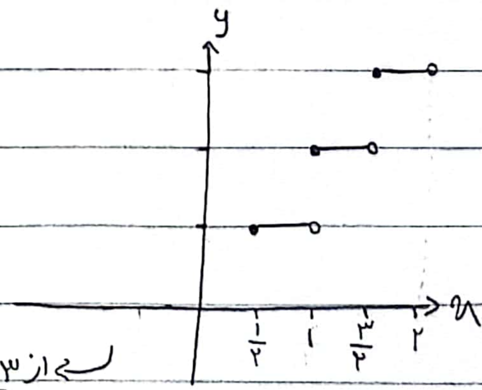
$x\in[\frac{1}{2},1) \Rightarrow y=0+1=1$

$x\in[1,\frac{3}{2}) \Rightarrow y=1+1=2$

$x\in[\frac{3}{2},2) \Rightarrow y=1+2=3$

۱۰-۱۰

از ۳ پاره خط تشکیل می‌شود. $\Leftarrow$

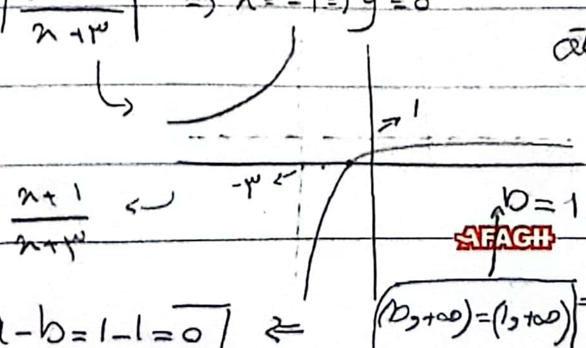


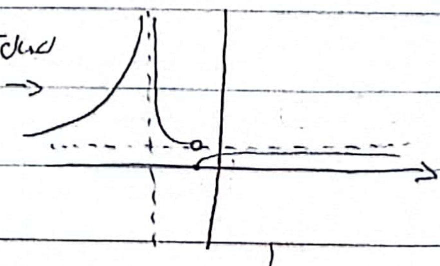
۷

$\left|\frac{x+1}{ax+3}\right| \xrightarrow{y=1} D_f=(b,+\infty) \Rightarrow a\neq 3$

طبق دانسته‌ی تابع هموگرافیک است با مجانب افقی $y=1 \Rightarrow \frac{1}{a}=1 \Rightarrow \boxed{a=1}$

$\Rightarrow \left|\frac{x+1}{x+3}\right| \Rightarrow x=-1 \Rightarrow y=0$





$a-b=1-1=\boxed{0} \Leftarrow \boxed{(b,+\infty)=(1,+\infty)} =$ $y=1$ دانسته‌ی زیر $\Leftarrow$

Subject ______ Date ______ روشنا الیوسی

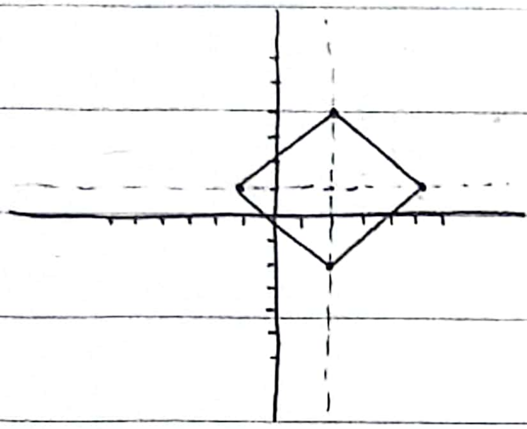
۸)

$|x-2|+|y-1|=3$

۲ دتا ۱ دتا

قدرمطلق هر۲ (+) $x-2+y-1=3$ $y=-x+6$	قدرمطلق اول (-) 〃 〃 دوم (+) $-x+2+y-1=3$ $y=x+2$
قدرمطلق اول (+) 〃 〃 دوم (-) $x-2-y+1=3$ $y=x-4$	هر۲ قدرمطلق (-) $-x+2-y+1=3$ $y=x$

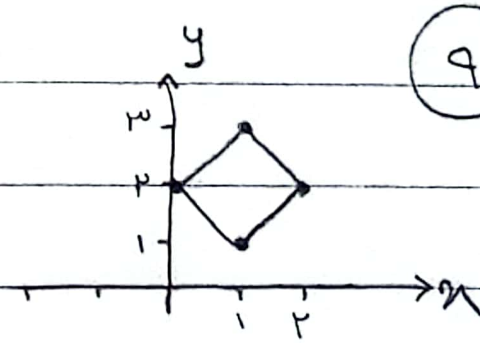
$\Leftarrow$



۹)

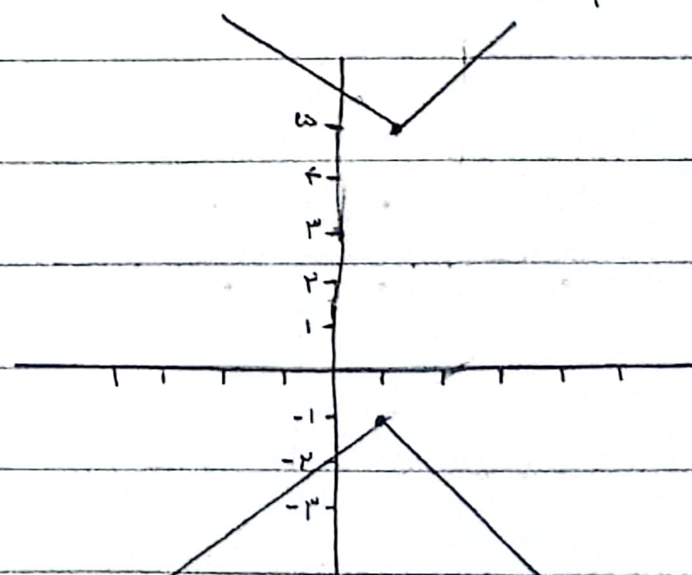
الف) $|x-1|+|y-2|=1$

$\Rightarrow \begin{array}{c|c} 1 & 3 \end{array} \quad \begin{array}{c|c} 1 & 1 \end{array} \quad \begin{array}{c|c} 0 & 2 \end{array} \quad \begin{array}{c|c} 2 & 2 \end{array} \Rightarrow$



ب) $|x-1|-|y-2|=-3$

$\Rightarrow |y-2|-|x-1|=3$



Subject ______ Date ______ روشنا ابوتی

۱۰

$y = ۳x + |ax+b| \Rightarrow R_f = \mathbb{R}$

(۱) شیب باشد (+) $\Rightarrow$ A: قدرمطلق (+) : $(۳+a)x + b \Rightarrow ۳+a > ۰ \Rightarrow a > -۳$

$-۳ < a < ۳ \Leftarrow$ B: قدرمطلق (−) : $(۳-a)x - b \Rightarrow ۳-a > ۰ \Rightarrow a < ۳$

(۲) شیب باشد (−) $\Rightarrow$ ۱: قدرمطلق (+) : $(۳+a)x + b \Rightarrow ۳+a < ۰ \Rightarrow a < -۳$

$(-\infty, -۳) \cup (۳, +\infty) \Leftarrow$ ۲: قدرمطلق (−) : $(۳-a)x - b \Rightarrow ۳-a < ۰ \Rightarrow a > ۳$

$\boxed{a \in \mathbb{R} - \{-۳, ۳\}}$