

$$f(u) = au + b \rightarrow \text{چون خطی است!}$$

$$f(u+1) + f(u+2) = 3u + f(3) \rightarrow a(u+1) + b + a(u+2) + b = 3u + (3a + b) \rightarrow$$

$$\rightarrow (2a + a)u + (a + 2a) + (b + b) = 3u + 3a + b \rightarrow 3au + 3a + 2b = 3u + 3a + b$$

$$\begin{aligned} &\downarrow \\ &3a + 2b = 3a + b \quad 3a = 3 \rightarrow a = 1 \\ &\downarrow \\ &2b = b \rightarrow b = 0 \end{aligned}$$

$$\rightarrow f(u) = 1(u) + 0 \rightarrow f(u) = u$$

$$y = \sqrt{f(u) - u^2} = \sqrt{u - u^2} \xrightarrow{a < 0} \begin{cases} u_{\max} = \frac{-b}{2a} = \frac{1}{2} \\ y_{\max} = \frac{1}{2} \end{cases} \rightarrow R_f = [-\infty, \frac{1}{2}] = \boxed{[0, \frac{1}{2}]}$$

جواب

$$f(u) = \frac{u^3 - \varepsilon u}{u + 2} \rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{-2\}, R_f = (-\infty, +\infty) - \{1\} \quad f\left(\frac{a+b}{2c}\right) = ?$$

$$f(u) = \frac{u(u^2 - \varepsilon)}{u + 2} = \frac{u(u-2)(u+2)}{u+2} = u(u-2) = u^2 - 2u \xrightarrow{a > 0} \begin{cases} u_{\min} = \frac{-b}{2a} = 1 \\ y_{\min} = -1 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow R_f = [-1, +\infty) \rightarrow c = -1, u^2 - 2u = \lambda \rightarrow u^2 - 2u - \lambda = 0 \rightarrow (u-1)(u+2) = 0 \rightarrow u = 1, -2$$

برای اینکه عدد ۱ و ۲ برده شود باید میان بازه مخالف ۲-۱ و ۱-۲ باشد
 با آنکه ۱ و ۲ چون مربع ۲ و ۱ است پس ۲ و ۱ در
 دامنه نیست و از ۱ و ۲ می بینیم که ۱ و ۲ در دامنه است

$$\rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{-2, 1\} \rightarrow f\left(\frac{a+b}{2c}\right) = f\left(\frac{-2+\varepsilon}{2(-1)}\right) = f(-1)$$

$$f(-1) = \frac{(-1)^3 - \varepsilon(-1)}{-1+2} = \frac{-1 + \varepsilon}{1} = \varepsilon - 1$$

جواب

$$y = \sqrt[3]{u^3 + au^2 + bu - 1} \quad D_y = [a, b]$$

$$\hookrightarrow y = \sqrt[3]{(u-2)^3} \rightarrow y = u-2$$

$$y = \sqrt[3]{u^3 - 4u^2 + 12u - 1} \rightarrow a = -4, b = 12 \rightarrow D_y = [-4, 12]$$

$$R_y = [-1, 10]$$

جواب

$$\begin{aligned} y = -1 &\leftarrow u = -4 \\ y = 10 &\leftarrow u = 12 \end{aligned}$$

$$g_1 = \left(\frac{n+1}{1-n} \right)^{\frac{1}{a}} \rightarrow g_1 = \sqrt[n+1]{\frac{n+1}{1-n}} \rightarrow n \neq 1 \rightarrow D_{g_1} = (-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$$

$$g_2 = \frac{an^2 - 1}{n^2 + b} \quad \begin{array}{l} \xrightarrow{n^2 \text{ متناهی}} 0 \rightarrow -\frac{1}{b} \\ \xrightarrow{n^2 \text{ متناهی}} +\infty \rightarrow a \end{array} \rightarrow \text{چون بر حسب یادگیری یی برابر است نتیجه می گیریم که فرجه و ریشه صفر ندارد}$$

جواب فاصله این دو عدد را

$$R_{g_2} = \left(-\infty, -\frac{1}{b} \right) \cup (a, +\infty)$$

$$-\frac{1}{b} = 1 \rightarrow b = -1$$

$$a = 1$$

$$a + b = 1 + (-1) = \boxed{0}$$

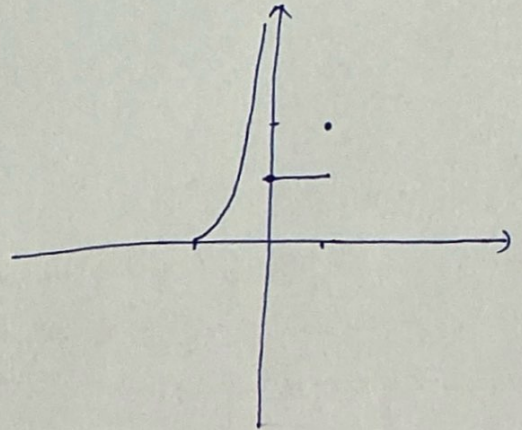
$$f(x) = \frac{[x]}{x} + \frac{|x|}{x}$$

$$[-1, 1] \text{ (بازایی)}$$

$$-1 \leq x < 0 \rightarrow \frac{-1}{x} - 1$$

$$0 \leq x < 1 \rightarrow 0$$

$$0 < x \leq 1 \rightarrow [x] = 0 \rightarrow f(x) = 1$$



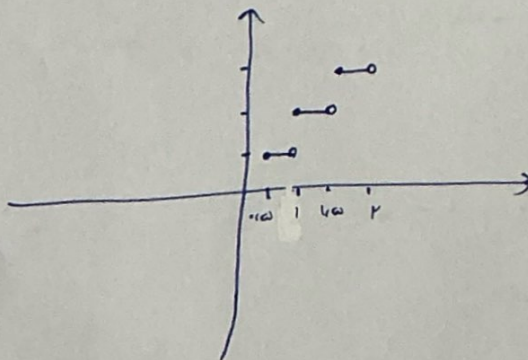
$$y = [x] + \left[x + \frac{1}{r} \right]$$

$$[\frac{1}{r}, r)$$

$$\frac{1}{r} \leq x < 1 \rightarrow [x] = 0, \left[x + \frac{1}{r} \right] = 1 \rightarrow y = 1$$

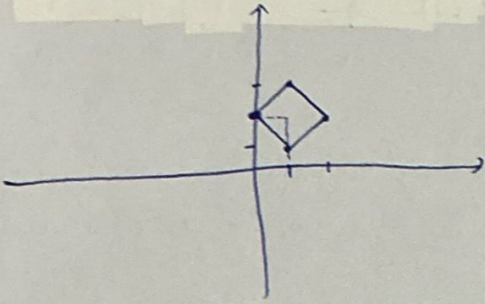
$$1 \leq x < 1 + \frac{1}{r} \rightarrow [x] = 1, \left[x + \frac{1}{r} \right] = 1 \rightarrow y = 2$$

$$1 + \frac{1}{r} \leq x < 2 \rightarrow [x] = 1, \left[x + \frac{1}{r} \right] = 2 \rightarrow y = 3$$



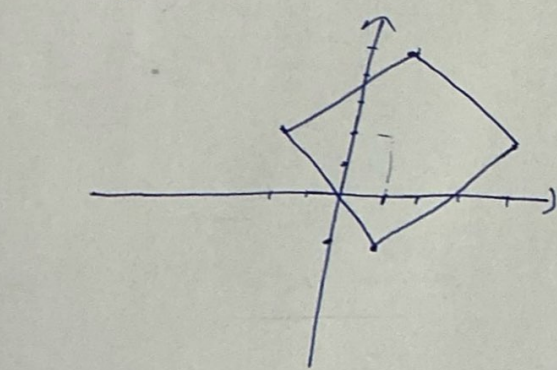
از ۳ باره خط تشکیل شده!

$$|x-1| + |y-2| = 1$$



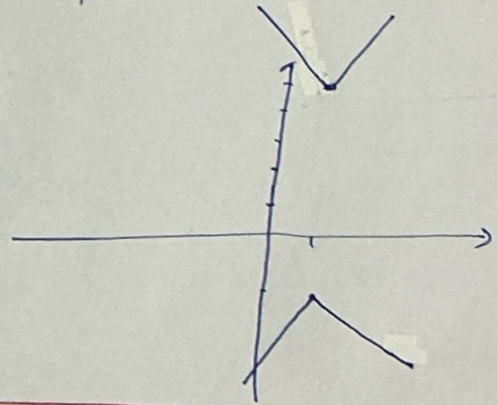
در تابع به صورت $|x-a| + |y-b| = k$ نقطه (a, b) مرکز مربع و k نصف قطر است. در این سوال مرکز مربع $(1, 2)$ است و k برابر ۱ است که بهمانندی ۱ واحد از مرکز به سمت بالا و پایین و چپ و راست می‌رود.

$$|x-1| - |y-2| = -3$$



در تابع به صورت $|x-a| - |y-b| = k$ مانند سوال بالا رسم کنیم با این تفاوت که در این تابع دو گوشه‌ی چپ و راست مربع را مقدار می‌دهیم و آنرا به صورت $|x-a| - |y-b| = k$ می‌نویسیم. به این شکل را از دو گوشه‌ی بالا و پایین امتداد می‌دهیم.

حالا از بالا و پایین امتداد می‌دهیم



$$y = 3x + |a|x + b$$

$$x_0 = -\frac{b}{a} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{if } x \geq x_0 \rightarrow (3+a)x + b \\ \text{if } x < x_0 \rightarrow (3-a)x - b \end{array} \right.$$

$$3+a > 0 \rightarrow a > -3, \quad 3-a > 0 \rightarrow a < 3 \rightarrow |a| < 3$$

این را این ۲ باید مقدار بسیار منفی و خیلی باید مقدار بسیار مثبت تعریف کنیم که نتایجی که در دو طرف باید مثبت باشد.

$$\text{آنها } a=0 \text{ می‌باشد } f(x) = 3x + b \text{ و } f(x) = 3x - b$$

آنها $|a| = 3$ (یعنی $a = 3$ یا $a = -3$) که از ترکیب می‌زنیم و می‌بینیم که در این حالت هر دو یا مقدار مثبت یا مقدار منفی تولید می‌کنند و در $\mathbb{R}$ نمی‌توانیم تحقق پیدا کند.

$$|a| < 3$$