

۱۷,۵



تالیف

همواره حقیقی

(۱) برای تابع خطی رابطه‌ی $y = ax + b$ $f(2x+1) + f(x+2) = 3x + f(3)$ همواره برقرار است برد تابع $y = \sqrt{f(x) - x^2}$ را بیابید.
 $x=1 \quad f(3) + f(3) = 3 + f(3) \quad f(3) = 3 \rightarrow$

$$y = \sqrt{x - x^2}$$

$$x = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{2} \quad a < 0$$

$$\Rightarrow R_y = (-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}] \Rightarrow \sqrt{(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]}$$

$$R_y = [0, \frac{1}{2}]$$

$$a(2x+1) + b + a(x+2) + b = 3x + 3$$

$$2ax + 2a + 2b = 3x + 3$$

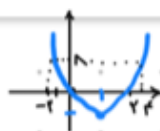
$$a = 1 \quad 2 + 2b = 3 \quad 2b = 1 \quad b = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow f(x) = x$$

۲

(۲) تابع $f(x) = \frac{x^3 - 4x}{x^2 + 2}$ با دامنه‌ی $\mathbb{R} - \{a, b\}$ و برد $[c, +\infty) - \{1\}$ مفروض است. مقدار $f(\frac{a+b}{2c})$ را بدست آورید.
 $y_{\min} = -1 \rightarrow$
 $f(x) = x(x-2) = x^2 - 2x$

$$f(\frac{2}{-2}) = f(-1) = 1 + 2 = 3$$



چون ۸ عضو حریف شده. مثلاً می‌تواند ۸ نفری
 که عبارت را ۸ می‌کند [بعضی ۲- حریف ۲-]
 $x^2 - 2x - 1 = 0 \quad (x-2)(x+1) = 0$
 $x = 2 \quad x = -1$

۲

۳ دامنه‌ی تابع خطی $y = \sqrt[3]{x^3 + ax^2 + bx - 8}$ به صورت $[a, b]$ است. برد این تابع کدام است؟
 مکتب دورد تا بتواند خطی باشد.
 $(x-2)^3 = x^3 - 6x^2 + 12x - 8$
 $y = \sqrt[3]{(x-2)^3} = x-2$



$$R_y = [-8, 16]$$

۲

۴ اگر دامنه‌ی تابع $y_1 = \left(\frac{x+1}{1-x}\right)^{\frac{1}{5}}$ با برد تابع $y_2 = \frac{ax^2-1}{x^2+b}$ برابر باشد، حاصل $a+b$ را بیابید.
 دایره $\{1\}$ IR

$$a+b = 1-1 = 0$$

$$x^2 = \frac{yb+1}{-y+a} > 0 \quad \frac{-1}{+0} + \frac{a}{+0} \rightarrow a = -\frac{1}{b} \quad a=1 \rightarrow b=-1$$

و به نایج به دور نقطه $y=1$ متصل

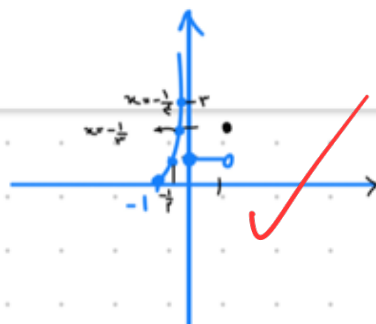
$$\frac{1}{+0} \quad x^2 = 1 \quad \checkmark$$

در تدریس‌های کسری پایه نباید صفر باشد $\rightarrow D_f = [-1, 1)$
 $\frac{a+1}{1-x} \gg 0$

$$\left. \begin{matrix} a=1 \\ b=1 \end{matrix} \right\} \frac{2}{1}$$

۵) تابع $\frac{[x]}{x} + \frac{|x|}{x}$ را در بازه $[-1, 1]$ رسم کنید.

$$y = \begin{cases} -1 < x < 0 & -\frac{1}{x} - 1 \\ 0 < x < 1 & 1 \\ x = 1 & 2 \end{cases}$$



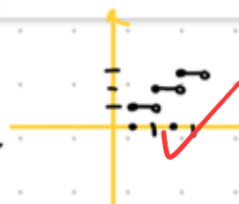
۲

۶) نمودار تابع $y = [x] + [x + \frac{1}{4}]$ در بازه $[\frac{1}{4}, 2]$ از چند پاره خط تشکیل شده است؟ (نمودار تابع را رسم کنید)

$$\frac{1}{4} < x < 1 \Rightarrow 0 < 2x < 2 \quad [2x] = 1$$

$$1 < x < \frac{3}{4} \Rightarrow 2 < 2x < 3 \quad [2x] = 2$$

$$\frac{3}{4} < x < 2 \Rightarrow 3 < 2x < 4 \quad [2x] = 3$$



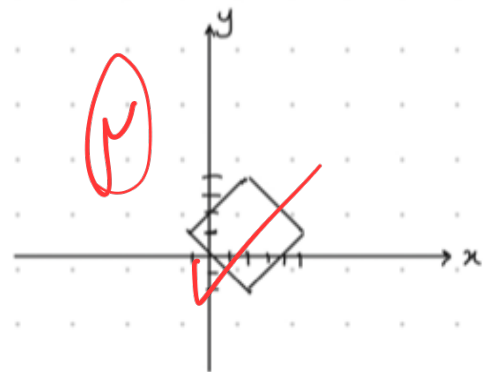
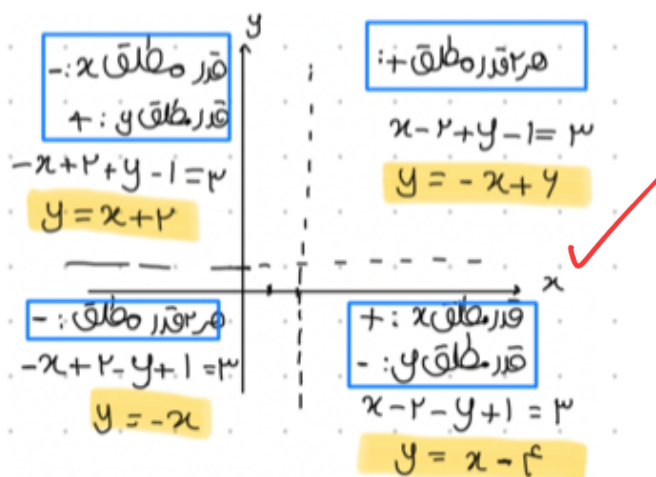
۳ پاره خط

۲

اگر دامنه‌ی تابع $\left| \frac{x+1}{ax+3} \right|$ در بازه‌ای که از خط $y=1$ پایین‌تر است $(b, +\infty)$ باشد، مقدار $a-b$ را بدست آورید.

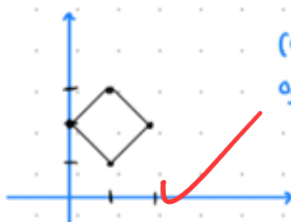
۵

۸) تابع $|x-2|+|y-1|=3$ را با ذکر ضابطه‌بندی رسم کنید.
 $x=2$ $y=1$



توابع زیر را به روش دلخواه رسم کنید.

الف) $|x-1| + |y-2| = 1$
 $x=1$ $y=2$



نقطه (۱ و ۲) را پیدا کرده
 و آنجا $C = |x+a| + |y+b|$ را
 به اندازه C از هر طرف نقطه گذاری کرده
 و رسمش کنی

۲

ب) $|x-1| - |y-2| = -3$ درستی صحت

$|y-2| - |x-1| = 3$
 $y=2$ $x=1$



چون به ازای $C = |y+a| - |x+b|$
 است پس برانتر و به بالا

مقدار a را طوری بیابید که برد تابع $y = 3x + |ax + b|$ برابر $\mathbb{R}$ باشد.

یعنی چه به قبل از ریشه به هم
 و چه بعد از آن شیب های درست آید و هم عمل مقدار

شیب معلوم علامت
 $M_1 M_2 > 0$

۲

شیب + $3x + ax + b = y$
 $x > -\frac{b}{a}$ $(3+a)x + b = y$

$3+a > 0$
 $a > -3$

$x < -\frac{b}{a}$ $3x - ax - b = y$
 $(3-a)x - b = y$

$3-a > 0$
 $a < 3$

$-3 < a < 3$

$a \in \mathbb{R} \setminus \{3, -3\}$

شیب - $3x + ax + b = y$
 $x > -\frac{b}{a}$ $3+a < 0$ $a < -3$

$x < -\frac{b}{a}$ $3x - ax - b = y$
 $3-a < 0$ $a > 3$

$a > 3$
 $a < -3$