



تالیف

(1) برای تابع خطی رابطه‌ی $y = ax + b$ $f(2x+1) + f(x+2) = 3x + f(3)$ همواره برقرار است برد تابع $y = \sqrt{f(x) - x^2}$ را بیابید.
 $x=1 \quad f(3) + f(3) = 3 + f(3) \quad f(3) = 3 \rightarrow$

$$y = \sqrt{x - x^2}$$

$$x = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{2} \quad a < 0$$

$$\Rightarrow R_y = (-\infty, \frac{1}{2}] \Rightarrow \sqrt{(-\infty, \frac{1}{2}]}$$

$$R_y = [0, \frac{1}{2}]$$

$$a(2x+1) + b + a(x+2) + b = 3x + 3$$

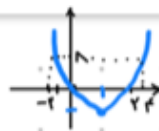
$$2ax + 2a + 2b = 3x + 3$$

$$a = 1 \quad 2 + 2b = 3 \quad 2b = 1 \quad b = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow f(x) = x$$

(2) تابع $f(x) = \frac{x^3 - 4x}{x^2 + 2}$ با دامنه‌ی $\mathbb{R} - \{a, b\}$ و برد $[c, +\infty) - \{1\}$ مفروض است. مقدار $f\left(\frac{a+b}{2c}\right)$ را بدست آورید.
 $y_{\min} = -1 \rightarrow$
 $f(x) = x(x-2) = x^2 - 2x$

چون ۸ بر ۲۰۰۰ حریف شده، مثلاً می‌تواند ۸۰۰۰ شود
 که عبارت را ۸ می‌کند [به جز ۲-۲] حریف ۲۰۰۰
 $x^2 - 2x - 1 = 0 \quad (x-1)(x+2) = 0$
 $x = 1 \quad x = -2 \quad b = -2$



$$f\left(\frac{1-2}{-2}\right) = f(-1) = 1 + 2 = 3$$

۳ دامنه‌ی تابع خطی $y = \sqrt{x^3 + ax^2 + bx - 8}$ به صورت $[a, b]$ است. برد این تابع کدام است؟
 مقلوب شود تا بتوان خطی باشد.
 $(x-2)^3 = x^3 - 6x^2 + 12x - 8$
 $y = \sqrt{(x-2)^3} = x-2$

$$R_y = [-8, 10]$$



۴ اگر دامنه‌ی تابع $y_1 = \left(\frac{x+1}{1-x}\right)^{\frac{1}{5}}$ با برد تابع $y_2 = \frac{ax^2-1}{x^2+b}$ برابر باشد، حاصل $a+b$ را بیابید.
 دامنه $\{1\}$ IR

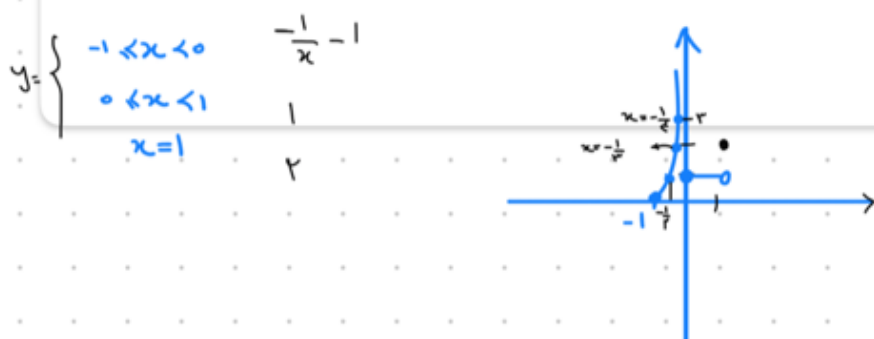
$$a+b = 1-1 = 0$$

$$x^2 = \frac{yb+1}{-y+a} > 0 \quad \frac{-1}{b} + \frac{a}{b} > 0 \quad \rightarrow \quad a = -\frac{1}{b} \quad a = 1 \rightarrow b = -1$$

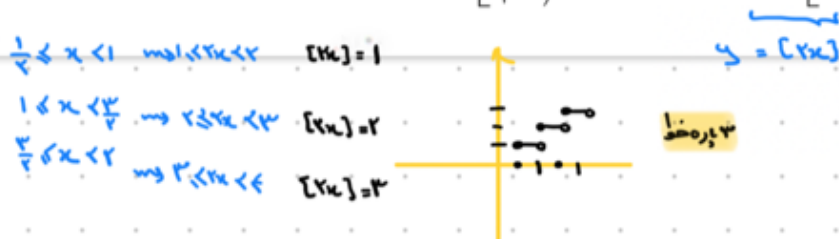
$$\frac{1}{b} + \frac{1}{b} > 0 \quad x^2 = 1 \quad \checkmark$$

و به تابع به صورت نقطه $y=1$ متصلی

(۵) تابع $\frac{[x]}{x} + \frac{|x|}{x}$ را در بازه $[-1, 1]$ رسم کنید.

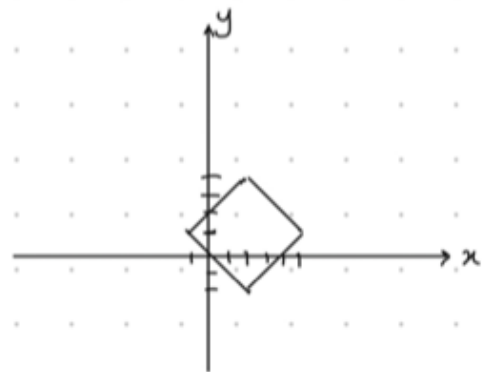
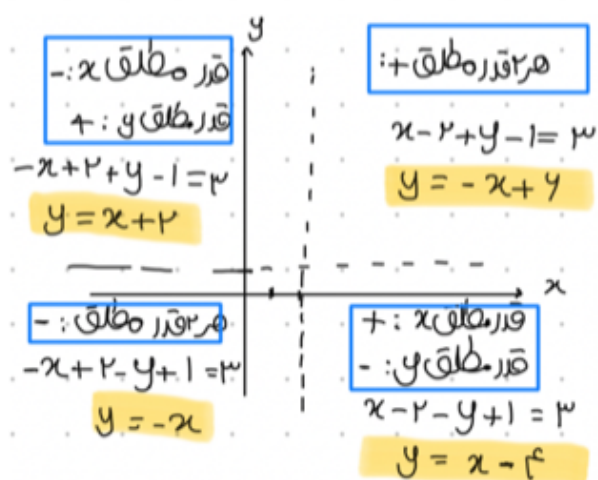


(۶) نمودار تابع $y = [x] + [x + \frac{1}{4}]$ در بازه $[\frac{1}{4}, 2]$ از چند پاره خط تشکیل شده است؟ (نمودار تابع را رسم کنید)



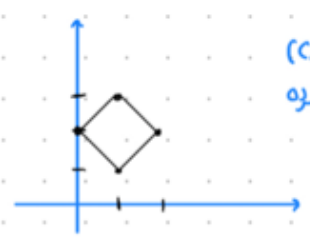
اگر دامنه‌ی تابع $\left| \frac{x+1}{ax+3} \right|$ در بازه‌ای که از خط $y=1$ پایین‌تر است $(b, +\infty)$ باشد، مقدار $a-b$ را بدست آورید.

۸. تابع $|x-2|+|y-1|=3$ را با ذکر ضابطه‌بندی رسم کنید.
 $x=2$ $y=1$



توابع زیر را به روش دلخواه رسم کنید.

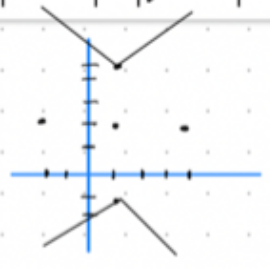
الف) $|x-1| + |y-2| = 1$
 $x=1$ $y=2$



نقطه (۱ و ۲) را پیدا کرده
 و آنجا $C = |x+a| + |y+b|$ را
 به اندازه C از هر طرف نقطه گذاری کرده
 و رسمش کنی

ب) درستی صریح $|x-1| - |y-2| = -3$

$|y-2| - |x-1| = 3$
 $y=2$ $x=1$



چون بفرم $C = |y+a| - |x+b|$
 است پس برانتر و به بالا

مقدار a را طوری بیابید که برد تابع $y = 3x + |ax + b|$ برابر $\mathbb{R}$ باشد.
 چه به قبل از ریشه دوم یعنی
 و چه بعد از آن شیب های درست آید و هم عمل مقدار

$\begin{aligned}
 &\text{شیب} + \rightarrow 3x + ax + b = y \\
 &\quad \left\{ \begin{array}{l} x > -\frac{b}{a} \quad (3+a)x + b = y \quad \begin{cases} 3+a > 0 \\ a > -3 \end{cases} \\ x < -\frac{b}{a} \quad 3x - ax - b = y \quad \begin{cases} 3-a > 0 \\ a < 3 \end{cases} \end{array} \right. \quad \left. \begin{array}{l} -3 < a < 3 \\ a \in \mathbb{R} - \{-3, 3\} \end{array} \right\} \\
 &\text{شیب} - \rightarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} x > -\frac{b}{a} \quad 3+a < 0 \quad \boxed{a < -3} \\ x < -\frac{b}{a} \quad 3-a < 0 \quad \boxed{a > 3} \end{array} \right. \quad \left. \begin{array}{l} a > 3 \\ a < -3 \end{array} \right\}
 \end{aligned}$