۱ـ $f(2x+1)+f(x+2)=3x+f(3)$ تابع خطی $\to y=ax+b$

$f(2x+1)=a(2x+1)+b=2ax+a+b$
$f(x+2)=a(x+2)+b=ax+2a+b$
$\xrightarrow{+} 3ax+3a+2b$

$3ax+3a+2b=3x+3a+b \to 3a=3 \to a=1$; $2b=b \to b=0$ $\to y=ax+b \to y=x$ ۲

$y=\sqrt{f(x)-x^2}=\sqrt{x-x^2}$ رأس $\frac{-b}{2a}=\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}-\frac{1}{4}=\frac{1}{4}$ $R_f=(-\infty,\frac{1}{4}]=[0,\frac{1}{2}]$

۲ـ $f(x)=\frac{x^3-4x}{x+2}=\frac{x(x-2)(x+2)}{x+2}=x(x-2)=x^2-2x$ رأس $\frac{-b}{2a}=\frac{2}{2}=1$, $1-2=-1$ ۲

$\to R_f=[-1,+\infty)-\{8\}$ ۸ در برد نیست $\to x(x-2)=8 \to x=4\,,\,-2 \to D_f=\mathbb{R}-\{-2,4\}$ (b, a)

$f(\frac{a+b}{2c})=f(\frac{4+(-2)}{2\times(-1)})=f(-1)=\frac{(-1)^3-4(-1)}{-1+2}=\frac{-1+4}{1}=3$

۳ـ $y=\sqrt[3]{x^3+ax^2+bx-8}=\sqrt[3]{(x-2)^3}=\sqrt[3]{x^3-6x^2+12x-8}$ (a, b)

$D_f=[a,b]=[-6,12]$ $y=\sqrt[3]{(x-2)^3}=x-2$ -6 , 12

$-8\le y\le 10 \therefore R_f=[-8,10]$ ۲

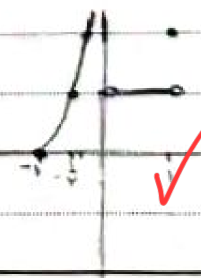
۴ـ $y_1=(\frac{x+1}{1-x})^5$ $1-x\neq 0\to x\neq 1$ $D_{y_1}=\mathbb{R}-\{1\}\to R_{y_2}=\mathbb{R}-\{1\}$

$D_f=[-1,1]$ در توان های کسری پایه نباید منفی باشد

$y_2=1 \to ax^2-1=x^2+b \to a=1$, $b=-1$ $\to a+b=1+(-1)=0$ ۱/۵

$a=1$, $b=1$ } ۲

۵ـ $y=\frac{[x]}{x}+\frac{|x|}{x}$ ۲



$-1\le x<0 \to \frac{[x]}{x}-1$

$0<x<1 \to \frac{[x]}{x}+1=0+1=1$

$x=1 \to 1+1=2$

Arman

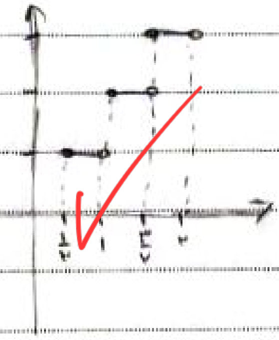
۴ـ ۳ از ۵ نقطه

$y = [x] + [x + \frac{1}{2}] = [2x]$

$\frac{1}{2} \leq x < 1$

$1 \leq x < \frac{3}{2}$

$\frac{3}{2} \leq x < 2$



۲

۷ـ ۰/۵

$\frac{x+1}{ax+3} = 1 \Rightarrow x+1 = ax+3 \Rightarrow x(1-a) = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{1-a}$

$\frac{x+1}{ax+3} = -1 \Rightarrow x+1 = -ax-3 \Rightarrow x(1+a) = -4 \Rightarrow x = \frac{-4}{1+a}$

فقط یک جواب داریم (جواب) است پس در $x = b$ ← $\left|\frac{x+1}{ax+3}\right|$ | معادلهٔ خط $y = 1$ جواب

$\left(\left|\frac{x+1}{ax+3}\right|\right)^2 < 1^2$ ↳ $a = 1$ $b = -2$ $a - b = 3$

$b = x = -1 \Rightarrow -1 = \frac{-4}{1+a} \Rightarrow -1 - a = -4 \Rightarrow a = 3$ $a - b = 3 - (-1) = \boxed{4}$

۸ـ

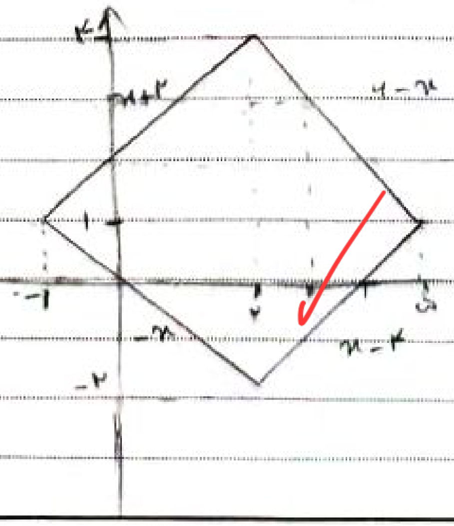
$|x-2| + |y-1| = 3$ $|y-1| = 3 - |x-2|$

$x > 2 \Rightarrow |y-1| = 3 - x + 2 = 5 - x \Rightarrow |y-1| = 5 - x \Rightarrow y - 1 = 5 - x \Rightarrow y = 6 - x$

$y - 1 = x - 5 \Rightarrow y = x - 4$

$x < 2 \Rightarrow |y-1| = 3 + x - 2 = x + 1 \Rightarrow |y-1| = x + 1 \Rightarrow y - 1 = x + 1 \Rightarrow y = x + 2$

$y - 1 = -1 - x \Rightarrow y = -x$



۳

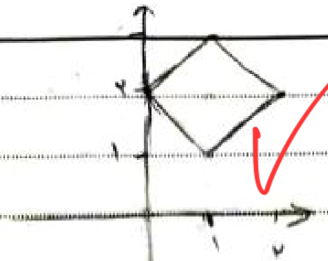
Arman

Subject:
Year: Month: Day:

۶ -

الف) $|x-1| + |y-2| = 1$

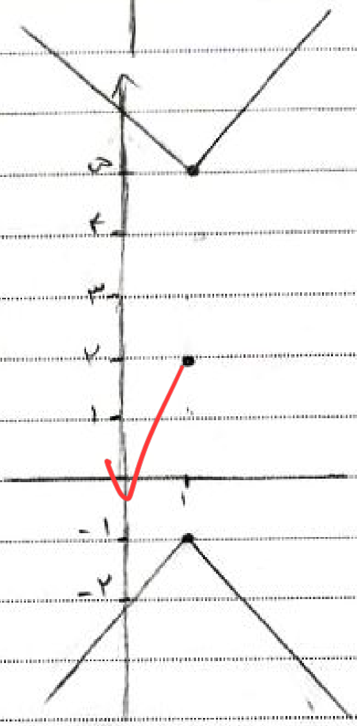
$x \to 1$, $y \to 2$



ب) $|x-1| - |y-2| = -3$

$x \to 1$, $y \to 2$

$\rightarrow |y-2| - |x-1| = 3$



۲ ✓

۱۵ -

$y = 3x + |ax+b|$

$-\frac{b}{a}$

$3x - ax - b = (3-a)x - b$ | $3x + ax + b = (3+a)x + b$

۱

برای اینکه برد $\mathbb{R}-\{0\}$ ضابطه ها برابر با ± 3 باشند $a \in \mathbb{R}-\{\pm 3\}$

برای آنکه برد $\mathbb{R}$ شود شیب ها باید هم علامت باشند $m_1 m_2 > 0$

$-3 < a < 3$