سوالات و پاسخ

۱۸

۱-
الف)

$۳x-۲ \in [-۴,۲]$

$-۴ \leq ۳x-۲ \leq ۲ \Rightarrow -۲ \leq ۳x \leq ۴$

$\frac{-۲}{۳} \leq x \leq \frac{۴}{۳} \rightarrow D_f \in [-\frac{۲}{۳}, \frac{۴}{۳}]$

ب)

۲

$۳x-۲ \longrightarrow x \in [-۴,۲]$

$۳x-۲ \xrightarrow{x=-۴} -۱۴$

$۳x-۲ \xrightarrow{x=۲} ۴ \rightarrow D_{f_1} \in [-۱۴, ۴]$

$f(x) \longrightarrow x \in [-۱۴, ۴]$

$D_{f_۲} \in [-۱۴, ۴]$

$f_1(x) = f(x-۲) = (x-۲) + ۲\sqrt{(x-۲)-۲}$

$\rightarrow f_1(x) = \boxed{x-۲+۲\sqrt{x-۴}}$

← انتقال دو واحد سمت راست

$f_۲(x) = f_1^{-1}(x) \xrightarrow[\text{تقاطع با}]{y=x} f_۲(x)=x$

$\longrightarrow f_1(x) = x \rightarrow x-۲\sqrt{x-۴} = x$

۲

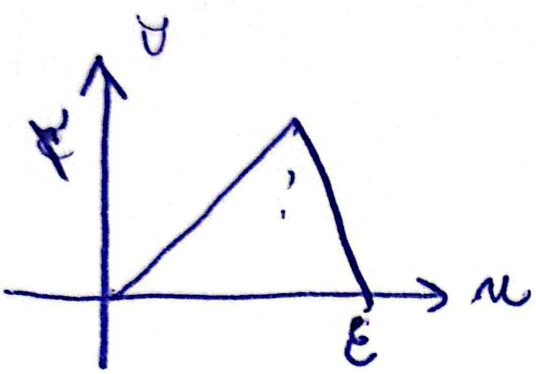
$\sqrt{x-۴} = ۲ \longrightarrow x-۴ = ۴ \longrightarrow x = ۸$

$\xrightarrow{y=x} y = ۸ \longrightarrow \boxed{(۸,۸)}$

← نقطه تقاطع تابع جدید با نیمساز ناحیه اول

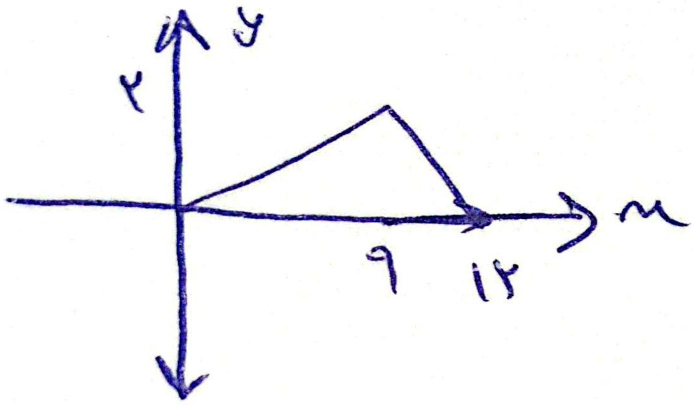
سارینه عابدینی

۳-

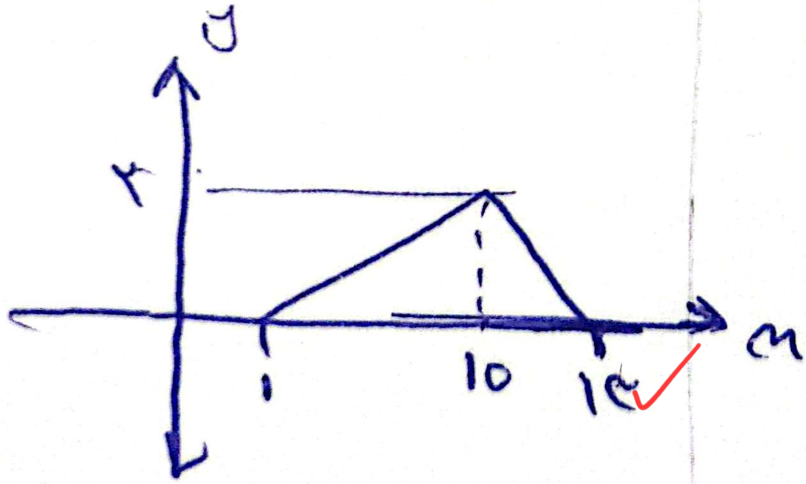


$y=f(3x+1)$

$x \to$



$y=f(x+1)$



$y=f(x)$

$\to x = \frac{2}{9}x + \frac{2}{9} = y$

$x=10$

$۲ \times ۱۲ \times \frac{۱}{۲} = ۱۲$

۲

$f(۲) = -۳ \longrightarrow y = a + ۲f\left(\frac{x-a}{۲}\right) - ۴$

$\longrightarrow \frac{x-a}{۲} = ۲ \longrightarrow \boxed{x = ۴ + a}$

$y = a + ۲f(۲) \longrightarrow y = a + ۲(-۳) =$

$a - ۶ \longrightarrow A'(a+۴, a-۶)$

۲

نقطه‌ی A' روی خط $y=2x-8$ می‌باشد:

$$a-6=2(a+4)-8 \rightarrow a-6=2a \rightarrow a=-6$$

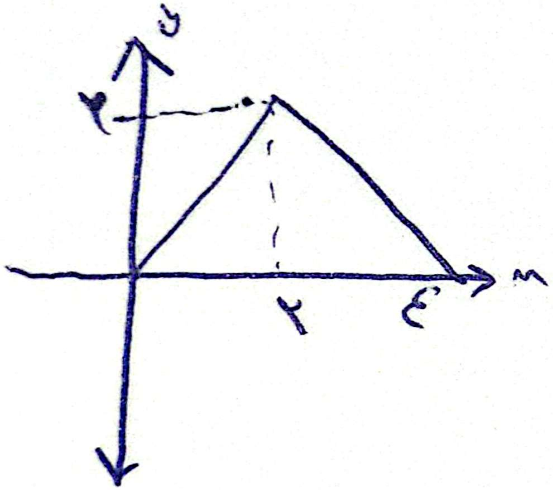
۵-

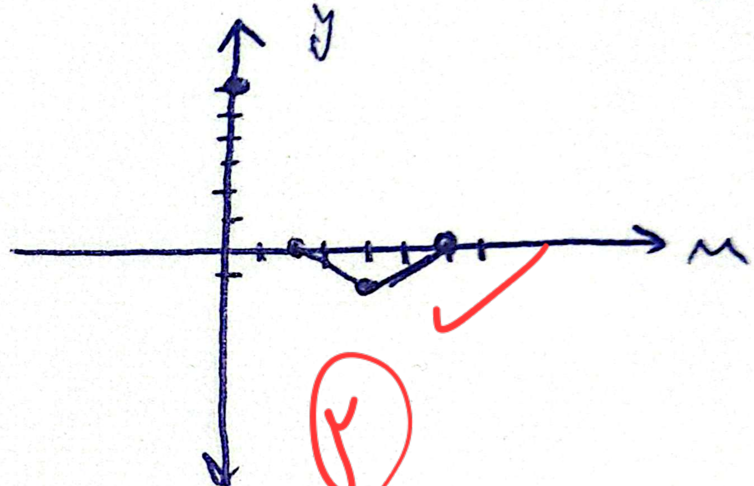
$$g(x)=-f(x-2) \Rightarrow f(x)=-g(x+2)$$

$$\frac{1}{2}f(4-x)=\frac{1}{2}\left(-g(4-x+2)\right)=-\frac{1}{2}g(6-x)$$

← ① ابتدا x را با $\boxed{6-x}$ جایگزین کنیم. ② سپس مقدار g را در $-\frac{1}{2}$ ضرب کنیم و فشردگی عمودی با ضریب $(\frac{1}{2})$ + قرینه شکل نسبت به محور xها.

$$(0,0)\rightarrow(6,0)\ //\ (2,2)\rightarrow(4,-1)\ //\ (4,0)\rightarrow(2,0)$$

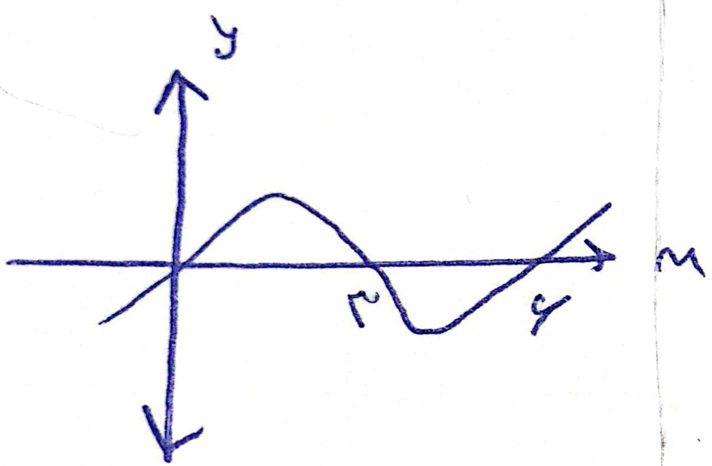




۲

سارینا عابدی

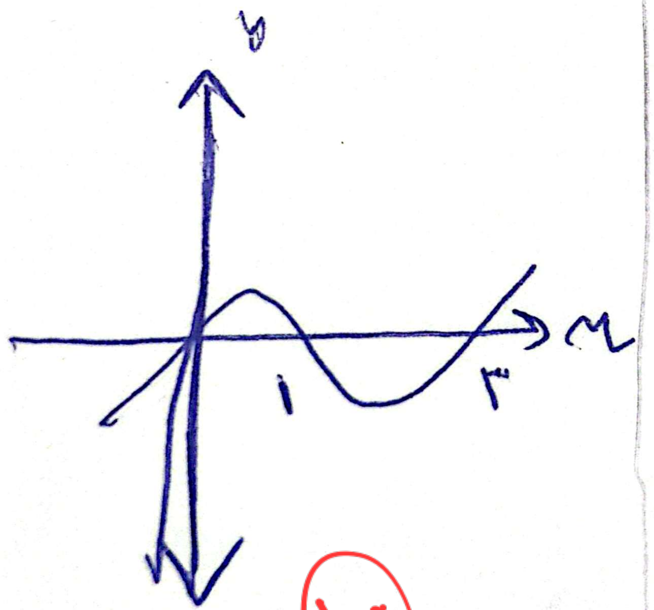
۶-



$y = f(x-1)$

$-(x+2) f(2x-1) \geq 0$

$(x+2) f(x-1) \leq 0$



	-2		0		1		$3 \to 2$	
$+$		$-$		$+$		$-$		$+$

$D = [-2, 0] \cup [1, 3]$

$D_f = [-2, 0] \cup [1, 2]$

۱٫۵

$f(x) = |2x - 3| + 1 \longrightarrow g(x) = f(x+k) - 3$ ٧-

$g(x) = |2(x+k) - 3| + 1 - 3$

$\longrightarrow$ ★ التقاطع محور y يعني ٠ = س :

$f(0) = |2(0) - 3| + 1 = |-3| + 1 = 4$

$g(0) = |2(0) + 2k - 3| - 2 = |2k - 3| - 2$

$f(0) = g(0) \longrightarrow 4 = |2k - 3| - 2$

$|2k - 3| = 6$

حالة اولى $\longrightarrow 2k - 3 = 6 \longrightarrow 2k = 9 \longrightarrow k = \frac{9}{2}$

حالة ثانية $\longrightarrow 2k - 3 = -6 \longrightarrow 2k = -3 \longrightarrow k = -1.5$

$\boxed{k = \frac{9}{2}}$ $\longleftarrow$ اما الحل $k > 0$ موجبة

٢

سازنده ی هندسی

$$f(x) = \frac{2x-1}{x+1} \to (x \neq -1)$$ ۸ـ

۰٫۵

① $(x, f(x)) \to (x, -f(x))$

② $(x, -f(x)) \to (3x, -3f(x))$

③ $(3x, -3f(x)+t)$

★ در نهایت نمودار را t واحد به سمت بالا منتقل می‌کنیم!

$$\to f(3x) = -3f(x) + t$$

$$t = \frac{2(3x)-1}{3x+1} + 3\left(\frac{2x-1}{x+1}\right)$$

$$t = \frac{6x-1}{3x+1} + \frac{6x-3}{x+1}$$

$$t = \frac{24x^2+2x-4}{(3x+1)(x+1)}$$

$$24x^2 + 2x - 4 - t(3x^2+4x+1) = 0$$

$$(24-3t)x^2 + (2-4t)x + (-4-t) = 0$$

★ برای اینکه فقط یک جواب ~~...~~ برای x داشته باشیم این معادله نباید دو ریشه ی مختلف حقیقی داشته باشد. ولی اینجا معادله یک جواب داشته باشد باید ضریب x^2 صفر باشد:
همیشه به ازای یک x ...

$$24 - 3t = 0 \longrightarrow t = 8$$

★ باید نمودار را ۸ واحد به سمت بالا منتقل کنیم که تنها یک نقطه ی مشترک داشته باشند.

بدون ۳ برابر کردن طول‌ها باید به جای x، $\frac{x}{3}$ بگذاریم $\leftarrow x$

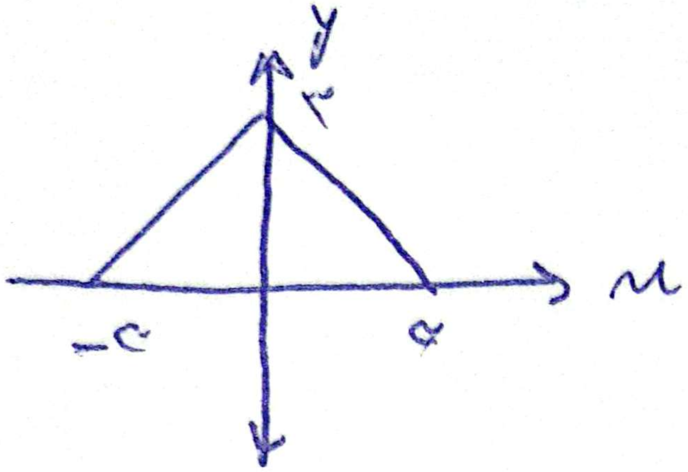
$$y = \frac{-12x+3}{x+3}$$

$$\frac{-12x+3}{x+3} + K = \frac{2x-1}{x+1}$$

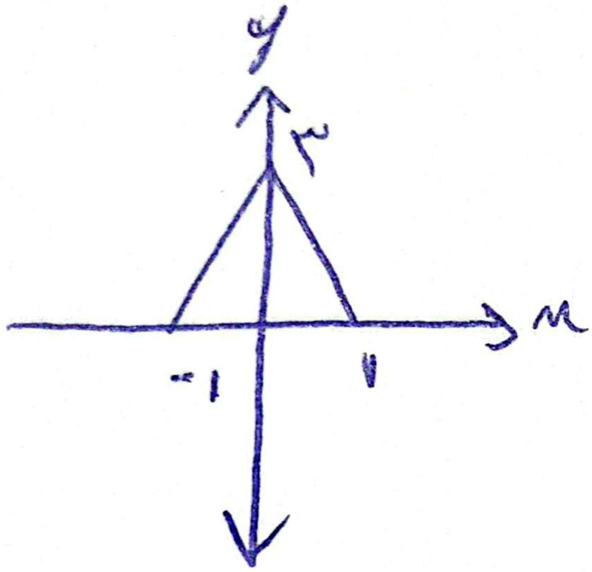
$$(K-4)x^2 + 12x(K-1) + 3K + 6$$

$$\boxed{K=4} \longleftarrow$$ اگر معادله خط باشد یک جواب دارد

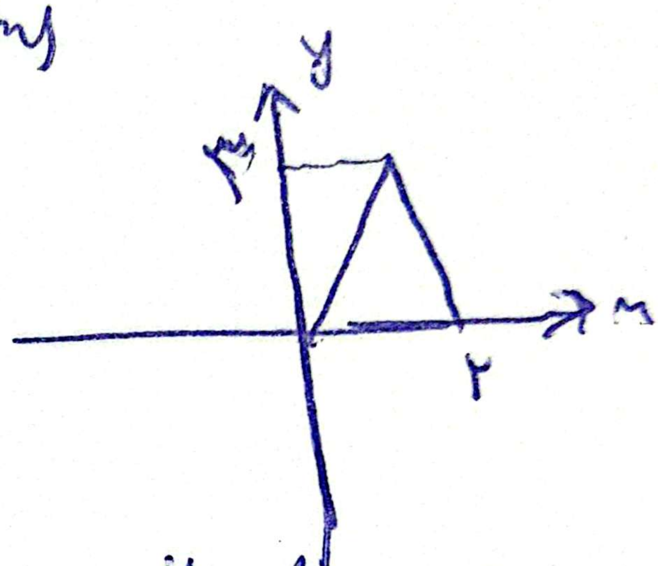
-۹



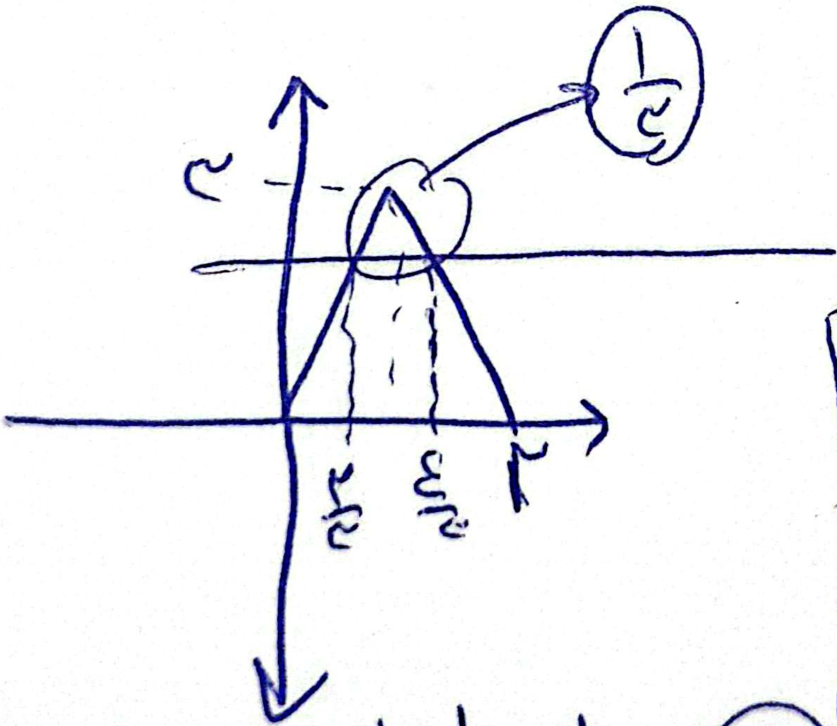
$y = f(\frac{x}{۲})$



$y = f(x)$



$y = f(x-۱)$



$x_1 \to ۳x = y \to x = \frac{۲}{۳}$

~~[illegible]~~

$x_۲ \to -۳x + ۶ = y$

$x_۲ = \frac{۴}{۳}$

$\frac{۲}{۳} \times ۱ \times \frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۳}$

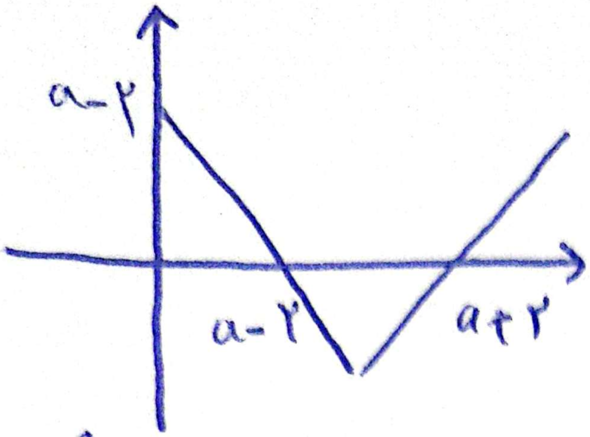
۲

$\rightarrow b = 8$

★ باید نمودار را ۸ واحد به سمت بالا منتقل کنیم که سه نقطه‌ی تقاطع داشته باشد.

سارینا علیخو

۱۰-



$$\left(4 \times \frac{1}{2} \times 2\right) + \frac{1}{2}(a-2)^2 = \frac{9}{2} \rightarrow (a-2)^2 = 1$$

$$a-2 = 1 \rightarrow a = 3$$

$$a-2 = -1 \rightarrow a = 1$$

غیرقابل قبول

$$f(x) = |x-3| - 2$$

$$f\left(\frac{1}{a}\right) \rightarrow f\left(\frac{1}{3}\right) = \left|\frac{1}{3} - 3\right| - 2 = \frac{2}{3}$$

۲