نام و نام خانوادگی ......فاطمه کریمی...... ۱۸.۷۵ پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۸... کلاس ...دوازدهم ریاضی A......

۱

$f(x)=\sqrt{\log_2^{(x-1)}}$ $\quad D_f \Rightarrow x-1>0 \rightarrow x>1$

(زیر رادیکال ≥ 0) $\log_2^{(x-1)} \geq 0 \rightarrow x-1 \geq 1 \rightarrow x \geq 2$ $\Big\} \rightarrow D_f: [2,+\infty)$

$g(x)=\sqrt{-(x^2-4x+4)}$ $\quad D_g \Rightarrow -(x-2)^2 \geq 0 \Rightarrow x=2$ نقطه

زیر رادیکال ≥ 0

$D_{gof} \Rightarrow D_f \Rightarrow [2,+\infty)$

$f(x)\in D_g \Rightarrow \sqrt{\log_2^{(x-1)}}=2 \Rightarrow \log_2^{(x-1)}=4 \Rightarrow x-1=16 \Rightarrow x=17$ $\Big\} \xrightarrow{\text{اشتراک}} D_{gof}=\{17\}$

۲

۲

$f(x)=2x-5$

$g(x)=x^2-3x+8$

$fog(x)=2(x^2-3x+8)-5=2x^2-6x+11$

$gof(x)=(2x-5)^2-3(2x-5)+8=4x^2-26x+48$

$\Big\} \rightarrow fog(x)=gof(x)$

$\cancel{2x^2}-6x+11=\overset{2x^2}{\cancel{4x^2}}-26x+48 \Rightarrow 2x^2-20x+37=0$

$2x^2-20x+37=0 \rightarrow \alpha^2+\beta^2 \quad (\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=S^2-2P$

$S=-\frac{b}{a}=10,\ P=\frac{c}{a}=\frac{37}{2}$ $\Big\} \rightarrow \alpha^2+\beta^2=100-2\times\frac{37}{2}=\boxed{63}$

۲

۳

$f(x)=2x$

$gof(x)=5x^2+11$ $\Big\} \rightarrow g(f(x))=5x^2+11$

$g(2x)=5x^2+11$

$2x=t \rightarrow x=\frac{t}{2}$ $\Big\} \rightarrow g(t)=\frac{5}{4}t^2+11$

$g(x)=\frac{5}{4}x^2+11$

$g(x-7)=\frac{5}{4}(x-7)^2+11 \Rightarrow$ رأس $(7,11) \Rightarrow \min=\boxed{11}$

$y=a(x-x_{min})^2+y_{min}$

۲

۴

$f(x)=3x-4$

$fog(x)=3x^2-6x-1$

$fog(x)=f(g(x))=3g(x)-4$

$\Rightarrow 3g(x)-4=3x^2-6x-1$

$3g(x)=3x^2-6x+3$

$g(x)=x^2-2x+1$

$g(x)=(x-1)^2$

$gof(x)=g(3x-4)=(3x-4-1)^2$

$gof(x)=(3x-5)^2=9x^2-30x+25$

۲

۵

$2(g(x))=3f(x)-14 \Rightarrow g(x)=\frac{3}{2}f(x)-7 \rightarrow$ هردو یک نوع تابع $\rightarrow$ هردو خطی‌اند

$f-g(x)=-x+5 \Rightarrow f(x)-\frac{3}{2}f(x)+7=-\frac{1}{2}f(x)+7=f-g(x)$

طبق نمودار

$\Rightarrow -\frac{1}{2}f(x)+7=-x+5$

$f(x)=2x+4$

$g(x)=\frac{3}{2}(2x+4)-7 \Rightarrow g(x)=3x-1$ $\Big\} \rightarrow fog(x)=2(3x-1)+4=6x+2$

$fog(x)=0 \Rightarrow 6x+2=0 \Rightarrow x=-\frac{1}{3}$

$\boxed{a=-\frac{1}{3}}$

۲

$f(x)=9^x$

$g(x)=\log_3 x \to x>0$

$fog(x)=9^{\log_3 x}=x^{\log_3 9}=x^2$

$gof(x)=\log_3 9^x=\log_3 3^{2x}=2x$

$fog(x)\leqslant gof(x)$

$x^2\leqslant 2x$

$x^2-2x\leqslant 0$

$x(x-2)\leqslant 0$

تعیین علامت

	0		2	
+		−		+

$(x>0)$ یا $x\in(0,2] \Rightarrow$ اعداد صحیح: ۱ و ۲

۲

۶

$f\left(\frac{x^2-2}{x}\right)=x^2+x-4-\frac{2}{x}+\frac{4}{x^2}$

$\frac{x^2-2}{x}=x-\frac{2}{x} \xrightarrow{\text{توان ۲}} \left(x-\frac{2}{x}\right)^2=x^2-4+\frac{4}{x^2}$

$\to \left(x^2-4+\frac{4}{x^2}\right)+x-\frac{2}{x}=\left(x-\frac{2}{x}\right)^2+\left(x-\frac{2}{x}\right)$

$\Rightarrow f\left(x-\frac{2}{x}\right)=\left(x-\frac{2}{x}\right)^2+\left(x-\frac{2}{x}\right)$

$\boxed{f(x)=x^2+x}$

۲

۷

$f(x)=\log_2 x$

$g(x)=-x^2+8x$

$fog(x)=\log_2^{-x^2+8x}$

$R_{fog}=(-\infty,4] \quad A\cap B=(0,4] \to$ ۴ عدد صحیح

A: $\Rightarrow D_{fog}=\underbrace{D_g}_{R},\ \underbrace{g(x)\in D_f}=(0,8)$

$-x^2+8x>0$

$-x(x-8)>0$

تعیین علامت

	0		8	
−		+		−

B: $R_{fog}=\mathbb{R} \to A\cap B=(0,8)$

$(-x^2+8x>0)$

۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷ ← ۷ عدد صحیح

۱

۸

$fof(x)=1-3f^2(x) \Rightarrow f(f(x))=1-3f^2(x) \Rightarrow f(x)=1-3x^2$

$g(x)=x-1$

$h(x)=x^3+3x+1$

$\to h(g(x))=h(x-1)=(x-1)^3+3(x-1)+1=(x-1)^3+3x-2$

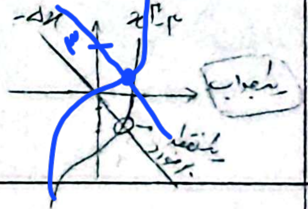
$h(g(x))=f(x)$

$h(g(x))=f(x)\Rightarrow x^3-\cancel{3x^2}+3x-1+3x-1=1-\cancel{3x^2}$

$x^3+5x-3=0 \Rightarrow x^3-3=-5x$

تعداد ریشه معادله = تعداد نقاط برخورد دو نمودار

$\Rightarrow$



۱٫۷۵

۹

$f(x)=x-\frac{4}{x}$

$gof(x)=ax^3+2x$

$g(3)=8$

$\to g\left(x-\frac{4}{x}\right)=ax^3+2x$

$g(3)=8$

$x-\frac{4}{x}=3 \to x^2-3x-4=0 \to (x-4)(x+1)=0 \to x=-1 \Rightarrow -a-2=8 \Rightarrow \boxed{a=-10}$

$\to x=4 \Rightarrow 64a+8=8 \Rightarrow a=0$

با برابری: $x-\frac{4}{x}$ ، x^3 و x قطعاً باید $a\neq 0$

۲

۱۰