تکلیف ۸ ،　　　　به نام خدا　　　　یکتا دهقانی / دوازدهم تجربی A

$$g(x) = \sqrt{-x^2+4x-4} \;,\; f(x) = \sqrt{\log_2^{(x-1)}} \;,\; D_{gof} = ?$$ ①

$$D_{gof} = \{x \in D_f \cap f(x) \in D_g\}$$

$$x \in D_f \longrightarrow \mathrm{I}\; x-1>0 \rightarrow \boxed{x>1} \;,\; \mathrm{II}\; \log_2^{x-1} \geq 0 \rightarrow x-1 \geq 1$$

$$\rightarrow \boxed{x \geq 2} \xrightarrow{\mathrm{I} \cap \mathrm{II}} [2,+\infty) \in x$$

$$f(x) \in D_g \longrightarrow D_g = \sqrt{-(x-2)^2} \longrightarrow x-2=0 \rightarrow x=2 \rightarrow D_g = \{2\}$$

$$\Longrightarrow \sqrt{\log_2^{(x-1)}} = 2 \longrightarrow \log_2^{x-1} = 4 \longrightarrow x-1 = 16 \rightarrow x = 17$$

$$\Longrightarrow D_{fog} = \{17\} \cap [2,+\infty) \longrightarrow D_{fog} = \{17\} \rightarrow ۱$$

SUBJECT

Year: Month: Day:

Page : ( )

$g(x) = x^2 - 3x + 8$ ، $f(x) = 2x - 5 \Rightarrow fog(x) = gof(x)$ ۲

$fog(x) = f(g(x)) = 2(x^2 - 3x + 8) - 5 = 2x^2 - 6x + 16 - 5$

$= \boxed{2x^2 - 6x + 11}$

$gof(x) = g(f(x)) = (2x-5)^2 - 3(2x-5) + 8 =$

$4x^2 + 25 - 20x - 6x + 15 + 8 = \boxed{4x^2 - 26x + 48}$

$\Rightarrow gof(x) = fog(x) \Rightarrow 2x^2 - 6x + 11 = 4x^2 - 26x + 48$

$\rightarrow 2x^2 - 20x + 37 = 0 \longrightarrow \alpha , \beta =$ ریشه‌ها

$\alpha^2 + \beta^2 = S^2 - 2P = \left(\frac{+20}{2}\right)^2 - 2\left(\frac{37}{2}\right) = 100 - 37 = 63$

$f(x) = 2x$ ، $gof(x) = 5x^2 + 11 \longrightarrow \min g(x+7) = ?$ ۳

$2x = t \rightarrow x = \frac{t}{2} \Rightarrow$ در gof به جای x ، $\frac{t}{2}$ می‌گذاریم

$5\left(\frac{t}{2}\right)^2 + 11 = \frac{5t^2}{4} + 11 = \frac{5}{4}t^2 + 11 \longrightarrow g(x) = \frac{5}{4}x^2 + 11$

$g(x-7) = \frac{5}{4} \times (x-7)^2 + 11 = \frac{5}{4}(x^2 - 14x + 49) + 11$

$\longrightarrow g(x+7) = \frac{5}{4}x^2 - \frac{70}{4}x + \frac{289}{4} \xrightarrow{a>0} \min ext \Rightarrow$ رأس $= \frac{-b}{2a}$

$\rightarrow$ رأس $= \frac{\frac{+70}{4}}{\frac{10}{4}} = +7 \xrightarrow{x=+7} \frac{245}{4} - \frac{490}{4} + \frac{289}{4} = \frac{44}{4} = 11$

$f(x) = ۳x-۴ \ , \ fog(x) = ۳x^۲-۶x-۱ \rightarrow gof(x) = ?$ ۴

$fog(x) = ۳g-۴ = ۳x^۲-۶x-۱ \longrightarrow g = \dfrac{۳x^۲-۶x+۳}{۳}$

$\rightarrow g(x) = x^۲-۲x+۱ = (x-۱)^۲$

$gof = (۳x-۴-۱)^۲ = (۳x-۵)^۲ = ۹x^۲-۳۰x+۲۵ = gof(x)$

۲

$۲g(x) = ۳f(x)-۱۴ \longrightarrow a = ? \Rightarrow \underset{f-g}{\text{نمودار}} = -x+۵$ ۵

$\begin{cases} f-g = -x+۵ \xrightarrow{\times ۲} ۲f-۲g = -۲x+۱۰ \\ ۲g-۳f = -۱۴ \xrightarrow{\times ۱} ۲g-۳f = -۱۴ \end{cases} \rightarrow f(x) = ۲x+۴ \ , \ g(x) = ۳x-۱$

$fog(x) = f(g(x)) = ۲(۳x-۱)+۴ = ۶x-۲+۴ = ۶x+۲$

$\xrightarrow{y=0} ۶x+۲ = ۰ \longrightarrow x = -\dfrac{۱}{۳} = a \rightarrow ۲$

$f(x) = ۹^x \ , \ g(x) = \log_۳ x \longrightarrow fog(x) \leq gof(x)$ ۶

$fog(x) = ۹^{\log_۳ x} \quad \xrightarrow{a^{\log_c b} = b^{\log_c a}} x^{\log_۳ ۹} = x^۲$

$gof(x) = \log_۳ ۹^x \quad \xrightarrow{\log_a b^c = c\log_a b} x\log_۳ ۹ = ۲x$

$\longrightarrow fog \leq gof \longrightarrow x^۲ \leq ۲x \rightarrow x^۲-۲x \leq ۰ \longrightarrow \begin{array}{ccccc} & ۰ & & ۲ & \\ + & | & - & | & + \end{array}$

$\longrightarrow x \in [۰,۲] \rightarrow ۰,۱,۲ \rightarrow [۳] \rightarrow ۲$

$f\left(\dfrac{x^۲-۲}{x}\right) = x^۲+x-۴-\dfrac{۲}{x}+\dfrac{۴}{x^۲} \longrightarrow f(x) = ?$ ۷

$f\left(x-\dfrac{۲}{x}\right) = \left(x-\dfrac{۲}{x}\right)+\left(x^۲+\dfrac{۴}{x^۲}-۴\right) = \left(x-\dfrac{۲}{x}\right)+\left(x-\dfrac{۲}{x}\right)^۲$

$\xrightarrow{x-\frac{۲}{x} = t} f(t) = t+t^۲ \xrightarrow{t=x} f(x) = x^۲+x \rightarrow ۱$

$A \cap B = ?$

$g(x) = 8x - x^2 \,,\, f(x) = \log_2^{x} \rightarrow A = D_{fog} \,,\, B = R_{fog}$ ۱

$D_{fog}(x) = \{x \in D_g \wedge g(x) \in D_f\}$

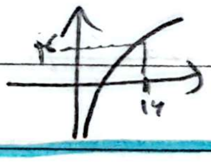
(I) $x \in D_g \rightarrow D_g = \mathbb{R} \rightarrow x \in \mathbb{R}$

(II) $g(x) \in D_f \rightarrow D_f \Rightarrow x > 0 \xrightarrow{x = f(x)} 8x - x^2 > 0 \rightarrow \underset{-\ \ +\ \ -}{0 \quad 8} \rightarrow (0,8)$

$\xrightarrow{\cap} \boxed{D_{fog} = (0,8) = A}$

$R_{fog}(x) = R_f \xrightarrow{\text{به شرطی}} x \in D_{fog} \longrightarrow \log_2^{8x - x^2} = fog$

$R(8x - x^2) \rightarrow \frac{-b}{2a} = 4 \xrightarrow{x=4} 32 - 16 = 16 \rightarrow R_g = (0,16)$

$\log_2^{x'} \xrightarrow{x' \in (0,16)}$  $\rightarrow R_{fog} = (-\infty, 4) \cap (0,8) = (0,4)$

۳ جواب ← ۱و۲و۳

$fof = 1 - 3f^2(x) \,,\, g(x) = x - 1 \,,\, h(x) = x^3 + 2x + 1 \rightarrow h(g(x)) = f(x)$ ۲

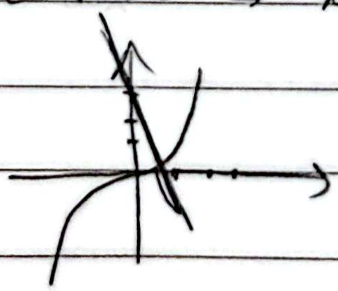
$fof = f(f(x)) = 1 - 3f^2(x) \longrightarrow f(x) = 1 - 3x^2$

$h(g(x)) = (x-1)^3 + 2(x-1) + 1 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1 + 2x - 2 + 1$

$\rightarrow h(g(x)) = x^3 - 3x^2 + 5x - 2$

$\rightarrow h(g(x)) = f(x) \rightarrow x^3 - 3x^2 + 5x - 2 = 1 - 3x^2$

$\rightarrow x^3 + 5x - 3 = 0 \rightarrow x^3 = 3 - 5x$

$\xrightarrow{\text{با رسم}}$  $\rightarrow$ یک نقطه برخورد $\rightarrow$ $\boxed{\text{یک ریشه}}$ $\rightarrow$ ۱.

$f(x) = x - \frac{۴}{x} \;,\; gof(x) = ax^{۲} + ۳x \;,\; g(۳) = ۸ \longrightarrow a = ?$ ۱۵

$gof = g(f(x)) \xrightarrow{\text{اگر}} g(۳) = g(f(x)) \rightarrow f(x) = ۳$

$\frac{x^{۲} - ۴}{x} = ۳ \rightarrow x^{۲} - ۴ = ۳x \rightarrow x^{۲} - ۳x - ۴ = ۰ \rightarrow (x-۴)(x+۱) = ۰$

$x = ۴ \qquad x = -۱$

اگر $x = ۴ \longrightarrow gof(۴) = ۸ = ۱۶a + ۸ \rightarrow \boxed{a = ۵}$

اگر $x = -۱ \rightarrow gof(-۱) = ۸ = -a - ۳ \rightarrow \boxed{a = -۱۵}$