نام و نام خانوادگی ...سپیده شایق حلبا... ۱۹ پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۸... کلاس ...دوازدهم دختر - جمعه‌ها...

۱

$f(x)=\sqrt{\log_{۲}^{x-۱}}$ ، $g(x)=\sqrt{-x^{۲}+۴x-۴}$ $D_{gof}=?$ $\{۱۷\}$ ✓

۲

$D_{gof}=\{x \mid x\in D_f ، f(x)\in D_g\}$

$D_f = x-۱>۰ \to x>۱$

$\log_{۲}^{x-۱}\geq ۰ \quad x-۱\geq ۱ \quad \underset{\sim}{x\geq ۲}$ $\Big\}$ $[۲،+\infty)$

$D_g=-x^{۲}+۴x-۴\geq ۰ \quad x^{۲}-۴x+۴\leq ۰$

$(x-۲)^{۲}\leq ۰ \Rightarrow x=۲ \Rightarrow \sqrt{\log_{۲}^{x-۱}}=۲ \Rightarrow x=۱۷$

---

۲

$f(x)=۲x-۵ \quad g(x)=x^{۲}-۳x+۸$

۲

$fog(x)=۲\times(x^{۲}-۳x+۸)-۵=۲x^{۲}-۶x+۱۱$

$gof(x)=(۲x-۵)^{۲}-۳(۲x-۵)+۸=۴x^{۲}-۲۰x+۲۵-۶x+۱۵+۸=۴x^{۲}-۲۶x+۴۸$

$fog(x)=gof(x)\Rightarrow ۲x^{۲}-۶x+۱۱=۴x^{۲}-۲۶x+۴۸\Rightarrow ۲x^{۲}-۲۰x+۳۷=۰$

$\alpha^{۲}+\beta^{۲}=S^{۲}-۲P=۱۰۰-۲\times\frac{۳۷}{۲}=۱۰۰-۳۷=۶۳$ ✓

$S=۱۰ \quad P=\frac{۳۷}{۲}$

---

۳

$gof(x)=۵x^{۲}+۱۱ \quad f(x)=۲x \quad g(۲x)=۵x^{۲}+۱۱ \quad ۲x=t\Rightarrow x=\frac{t}{۲}\Rightarrow$

$g(t)=۵\times\frac{t^{۲}}{۴}+۱۱\Rightarrow g(x)=\frac{۵}{۴}x^{۲}+۱۱$

$g(x-۷)=\frac{۵}{۴}(x-۷)^{۲}+۱۱=\frac{۵}{۴}(x^{۲}-۱۴x+۴۹)+۱۱=\frac{۵}{۴}x^{۲}-\frac{۳۵}{۲}x+\frac{۲۴۵}{۴}+۱۱$ ۲

$x_s=\frac{-b}{۲a}=\frac{\frac{۳۵}{۲}}{\frac{۵}{۲}}=۷ \quad y_s=\frac{۵}{۴}\times۴۹-\frac{۳۵}{۲}\times۷+\frac{۲۴۵}{۴}+۱۱=\underbrace{\frac{۲۴۵}{۴}-\frac{۲۴۵}{۲}+\frac{۲۴۵}{۴}}_{۰}+۱۱$

$\Rightarrow y_s=\underline{\underline{۱۱}}$ ✓

---

۴

$f(x)=۳x-۴ \quad fog(x)=۳x^{۲}-۶x-۱$

$۳g(x)-۴=۳x^{۲}-۶x-۱\Rightarrow ۳g(x)=۳x^{۲}-۶x+۳\Rightarrow g(x)=x^{۲}-۲x+۱$

$gof(x)=(۳x-۴)^{۲}-۲(۳x-۴)+۱=۹x^{۲}+۱۶-۲۴x-۶x+۸+۱$

$gof(x)=۹x^{۲}-۳۰x+۲۵$ ✓ ۲

---

۵

$f-g(x)=-x+۵$ ①

f-g و fog هردو خطی هستند پس f و g دو تابع خطی هستند.

$f(x)=ax+b \quad g(x)=cx+d$

① $\begin{cases} a-c=-۱ \\ b-d=۵ \end{cases}$ ② $\begin{cases} ۲c=۳a \Rightarrow c=۱٫۵a \\ ۲d=۳b-۱۴\Rightarrow d=۱٫۵b-۷ \end{cases}$

$۲(cx+d)=۳(ax+b)-۱۴$ ②

$۲cx+۲d=۳ax+۳b-۱۴$

$a-۱٫۵a=-۱\Rightarrow a=۲ ، c=۳ \quad f(x)=۲x+۴$

$fog(x)=۲(۳x-۱)+۴=۶x+۲$

۲ $b-۱٫۵b+۷=۵\Rightarrow b=۴ ، d=-۱ \quad g(x)=۳x-۱$

$۶x+۲=۰\Rightarrow x=\frac{-۱}{۳}=a$ ✓

۶

$f(x)=۹^{x}$  $g(x)=\log_{۳}^{x}$

$fog(x)=۹^{\log_{۳}^{x}}=x^{\log_{۳}^{۹}}=x^{۲}$

$gof(x)=\log_{۳}^{۹^{x}}=x\log_{۳}^{۹}=۲x$

$fog(x)\leq gof(x)$  $x^{۲}\leq ۲x \Rightarrow x^{۲}-۲x\leq ۰$  $x(x-۲)\leq ۰$  $\begin{array}{c|c|c} & ۰ & ۲ \\ + & - & + \end{array} \Rightarrow [۰,۲]$ ✓

اعداد صحیح ۰ و ۱ و ۲ می‌شوند که البته با توجه به دامنه‌ی $\log_{۳}^{x}$ عدد صفر غیرقابل قبول است.

$x=۱,۲$ (۲ عدد)

②

---

۷

$f(x-\frac{۲}{x})=x^{۲}+x-۴-\frac{۲}{x}+\frac{۴}{x^{۲}}$

$x-\frac{۲}{x}=t \to t^{۲}=x^{۲}+\frac{۴}{x^{۲}}-۴$

$\Big\}\ f(t)=t^{۲}+t \Rightarrow f(x)=x^{۲}+x$ ✓

②

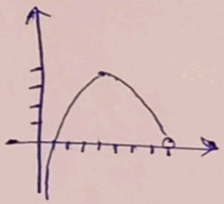
---

۸

$f(x)=\log_{۲}^{x}$  $g(x)=۸x-x^{۲}$  $fog$  $D_{fog}=\{x|x\in D_{g}, g(x)\in D_{f}\}$  $D_{f}=(۰,+\infty)$

$D_{g}=R$, $۸x-x^{۲}>۰$  $x(۸-x)>۰$  $\begin{array}{c|c|c} & ۰ & ۸ \\ - & + & - \end{array} \Rightarrow D_{fog}=(۰,۸)$

$fog(x)=\log_{۲}^{۸x-x^{۲}}$  $x\in(۰,۸)$



②

$R_{fog}=(-\infty,۴]$  ۴ عدد صحیح

$\to D\cap R=(۰,۴]=$ ۱,۲,۳,۴ ✓

---

۹

$f(f(x))=۱-۳f^{۲}(x) \Rightarrow f(x)=۱-۳x^{۲}$  $g(x)=x-۱$  $h(x)=x^{۳}+۲x+۱$

$h(g(x))=(x-۱)^{۳}+۲(x-۱)+۱=$ $x^{۳}-۳x^{۲}+۵x-۲$

②

$h(g(x))=f(x) \Rightarrow x^{۳}-۳x^{۲}+۵x-۲=$ $۱-۳x^{۲} \Rightarrow x^{۳}+۵x-۳=y$ ✓

$y'=۳x^{۲}+۵$

مشتق تابع همواره مثبت است و ریشه ندارد

در نتیجه تابع اصلی فقط یک جواب دارد. ✓

---

۱۰

$f(x)=x-\frac{۴}{x}$  $gof(x)=ax^{۳}+۲x$  $g(۳)=۸$  $a=?$

①

$f(x)=۳ \Rightarrow x-\frac{۴}{x}=۳ \Rightarrow x=-۱$ یا $x=۴$

$g(\underbrace{f(-۱)}_{۳})=۸ \Rightarrow gof(-۱)=-a-۲=۸ \Rightarrow a=-۱۰$ ✓

$x=۴ \longrightarrow ۶۴a+۸=۸ \longrightarrow a=۰$