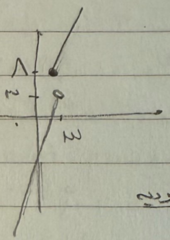
آیلا میرفتنیا

۱.

$$f(x+2)=\begin{cases}3x+5 & x\geq 1\\ 4x-1 & x<1\end{cases}$$

$\text{if } x=x-2 \to 3x-6+5=3x-1 , x\geq 3 \quad f(x)=\begin{cases}3x-1 & x\geq 3\\ 4x-9 & x<3\end{cases}$ صعودی اکید

$\searrow 4x-8-1=4x-9 , x<3$



$y=\sqrt{f(3-x)-f(x+1)}$ زیر رادیکال ≥ 0 $\to$

$\to f(3-x)-f(x+1)\geq 0 \to f(3-x)\geq f(x+1)$

چون صعودیه $\to 3-x\geq x+1 \to 2x\leq 2 \to \underline{x\leq 1}$ $\quad D_f=(-\infty,1]$

۲.

$f(x)=(x^3+x)^3$ چون بزرگترین توان فرده $\to$ تابع صعودی $\to$

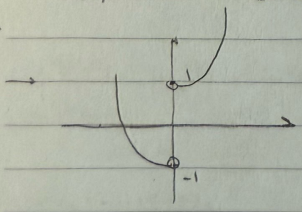
$f\circ f(x)<f(x^3) \to f(x)<x^3 \to (x^3+x)^3<x^3$

$\to x^3+x<x \to x^3<0 \to x<0 \to x\in(-\infty,0)$

۳.

$y=|x|(x^2+\frac{1}{\boxed{x}}) \xrightarrow{x>0} x(x^2+\frac{1}{x})=x^3+1$

$x\neq 0 \quad \searrow -x(x^2+\frac{1}{x})=-(x^3+1)$



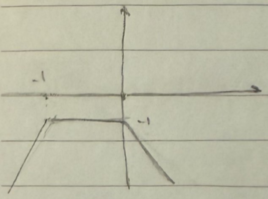
نایکنوا

آیلا میروندنیا

۴. $f(x)=\frac{۲x+۱}{|x|-|x+۱|} \to$ ‎-۱ ‎۰

$\frac{۲x+۱}{-x+x+۱}=۲x+۱$ ‎ $\frac{۲x+۱}{-x-x-۱}=-۱$ ‎ $\frac{۲x+۱}{x-x-۱}=-(۲x+۱)$

$x+\frac{۱}{۲}$



هم صعودی هم نزولی ← تابع ثابت

پس صعودی $(-\infty,۰]$

$a=۰$

۵. $y=\log_{\frac{۱}{۲}}(x^۲-۲x-۸) \to x^۲-۲x-۸$ ← باید اکیدا نزولی بشه ← ولی اکیدا صعودی

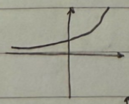
$\log_{\frac{۱}{۲}}x \to$ اکیدا نزولی

$x^۲-۲x-۸=y \to (-\infty,x_{min}) \to x_{min}=\frac{-b}{۲a}=\frac{۲}{۲}=۱ \to (-\infty,۱]$

۶.

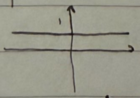
الف)

تابع نمایی $\to a^x$ ‎ $a>۱$ ←



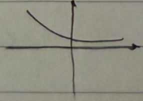
اکیدا صعودی

a^x ‎ $a=۱$



ثابت

a^x ‎ $۰<a<۱$



اکیدا نزولی

$a^۲-۳>۱ \to a^۲>۴$ ‎ $a^۲-۴>۰ \to (a+۲)(a-۲)>۰ \to (-\infty,-۲)\cup(۲,+\infty)$

-۲ ‎ ۲

$+$ ○ $-$ ○ $+$

ب) $a^۲-۳\geq۱$, $a^۲-۴\geq۰ \to (a+۲)(a-۲)\geq۰ \to (-\infty,-۲]\cup[۲,+\infty)$

-۲ ‎ ۳

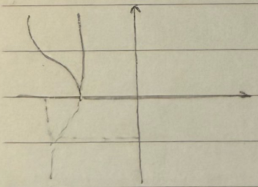
$+$ ● $-$ ● $+$

آیلا فیروزنیا

۷. $f(x)=x^{۳}+ax^{۲}+bx+c \to f(x)=(x+m)^{۳}+n \,,\, \overset{\text{مماس}}{(-۳,-۱)} \to$ $m=+۳$
$n=-۱$

$g(x)=x^{۳} \to \underbrace{(۰,۰)}_{\text{مماس در محور x ها}}$

$f(x)=(x+۳)^{۳}-۱ \to |f(x)|=|(x+۳)^{۳}-۱|$

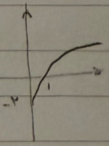


$\to$ اکیداً صعودی $\to (x+۳)^{۳}-۱=۰ \Rightarrow x+۳=۱ \to x=-۲$

$(-۲,+\infty) \to k=-۲$

۸. $f(x)=x+\sqrt{x}-۲=(\sqrt{x}+\frac{۱}{۲})^{۲}-\frac{۹}{۴} \to \sqrt{x}\geq ۰$

$\to (\sqrt{x}+\frac{۱}{۲})^{۲}\geq \frac{۱}{۴} \to (\sqrt{x}+\frac{۱}{۲})^{۲}-\frac{۹}{۴}\geq -۲ \to$ تابع صعودی



صعودی اکید

$\underset{\text{صعودی اکید}}{f\circ f(x)\leq f(\sqrt{x})} \to f(x)\leq \sqrt{x} \to x+\sqrt{x}-۲\leq \sqrt{x}$

$x\leq ۲$
$x\geq ۰$ $\to ۰\leq x\leq ۲ \to$ ۲، ۱، ۰ ~ ۳ عدد صحیح

۹. $f(x)=\underbrace{۲^{\sqrt[۳]{۹\cos^{۲}x-۱}}}_{t}-۲^{\sqrt[۳]{-۹\cos^{۲}x+۱}} \to f(x)=t+\frac{۱}{t} \xrightarrow{t>۰} t+\frac{۱}{t}\geq ۲$

$t_{min} \to ۲^{\sqrt[۳]{۹\cos^{۲}x-۱}}=۲^{\sqrt[۳]{۹\times ۰-۱}}=۲^{-۱}=\frac{۱}{۲} \to \frac{۱}{۲}+۲=\frac{۵}{۲}$

$t_{max} \to ۲^{\sqrt[۳]{۹\cos^{۲}x-۱}}=۲^{\sqrt[۳]{۹\times ۱-۱}}=۲^{\sqrt[۳]{۸}}=۲^{۲}=۴ \to ۴+\frac{۱}{۴}=\frac{۱۷}{۴}$

$\underbrace{\hphantom{[\frac{۵}{۲},\frac{۱۷}{۴}]}}$

$[\underset{a}{\frac{۵}{۲}},\underset{b}{\frac{۱۷}{۴}}] \to b-a=\frac{۱۷}{۴}-\frac{۱۰}{۴}=\underline{\frac{۷}{۴}}$

Date No

آیلا مهرورزنیا

$f(x)=x-[x+۲] \rightarrow \underbrace{x-[x]}_{[۰,۱)}+۲=f(x) \rightarrow R_f=[۲,۳)$ ۱۰-

$R_f=D_g \rightarrow g(۲)=\frac{۲^۲-۲^{-۲}}{۲}=\frac{۴-\frac{۱}{۴}}{۲}=\frac{۱۵}{۸}$

اکیداً صعودی $g(۳)=\frac{۲^۳-۲^{-۳}}{۲}=\frac{۸-\frac{۱}{۸}}{۲}=\frac{۶۳}{۱۶}$

$\rightarrow R_{gof}=[\frac{۱۵}{۸},\frac{۶۳}{۱۶})$