نام و نام خانوادگی ... شماره

۱

$x+2=t \longrightarrow x=t-2 \longrightarrow f(t)=\begin{cases}3(t-2)+5=3t-6+5 \to 3t-1 & t\geq 3\\ 4(t-2)-1=4t-8-1 \to 4t-9 & t<3\end{cases}$

$\xrightarrow{t=x} f(x)=\begin{cases}3x-1 & x\geq 3\\ 4x-9 & x<3\end{cases} \longrightarrow 3\times 4=12 \longrightarrow$ تابع f صعودی است

$f(3-x)\geq f(x+1) \xrightarrow[\text{برمیداریم}]{\text{f را حذف}} 3-x\geq x+1 \longrightarrow 2\geq 2x \longrightarrow 1\geq x$

$\longrightarrow D_f=(-\infty \quad 1]$

۲

$f(f(x)) < f(x^3) \xrightarrow[\text{می‌زنیم چون تابع صعودی است علامت تغییر نمی‌کند}]{\text{از دو طرف f را حذف}} f(x) < x^3$

$(x^3+x)^3 < x^3 \to x^9+3x^7+3x^5+x^3 < x^3 \longrightarrow 3x^7+x^9+3x^5<0$

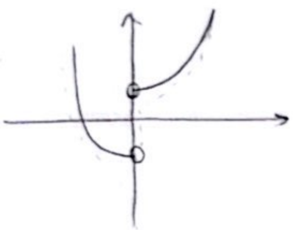
$x^5(\underbrace{3x^2+x+3}_{+\ \text{همواره}\ \Delta<0})<0 \longrightarrow x^5<0 \longrightarrow (-\infty \quad 0)$

۳

$y=|x|(x^2+\frac{1}{x})$

	0	
$\underbrace{-x(x^2+\frac{1}{x})}_{-x^3-1}$		$\underbrace{x(x^2+\frac{1}{x})}_{x^3+1}$

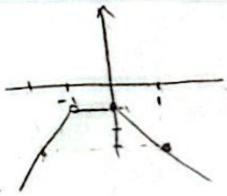
$\begin{cases}x^3+1 & x\geq 0\\ -x^3-1 & x<0\end{cases}$



(تابع نایکنوا است)

۴

	-1		0	
$\underbrace{\frac{2x+1}{-x+x+1}}_{2x+1}$		$\underbrace{\frac{2x+1}{-x-x-1}}_{\frac{2x+1}{-(2x+1)}=-1}$		$\underbrace{\frac{2x+1}{x-x-1}}_{\frac{2x+1}{-1}=-2x-1}$



$\longrightarrow (-\infty \quad 0]$ صعودی

$\Downarrow$

$a=0$

۵

$0<\underbrace{x^2-2x-8}<1 \longrightarrow x^2-2x-9<0$

	$1-\sqrt{10}$		$1+\sqrt{10}$	
+		−		+

$\downarrow$

$0<(x-4)(x+2)$

	-2		4	
+		−		+

$\xrightarrow{\text{اشتراک}} (-\infty \quad -2)\cup(4 \quad +\infty)\cup(1-\sqrt{10} \quad 1+\sqrt{10})$

$\longrightarrow (1-\sqrt{10}, -2)\cup(4, 1+\sqrt{10})$

الف) $(a^2-3)^x$ صعودی اکید $a^2-3>1 \to a^2>4 \to a>2,\ a<-2$

$\to (-\infty, -2)\cup(2, +\infty)$

ب) $a^2-3\geq 1 \to a^2\geq 4 \to a\geq 2 \quad a\leq -2$

$\to (-\infty, -2]\cup[2, +\infty)$ ۶

$(x+3)^3-1 = x^3+\underbrace{9x^2}_{a}+\underbrace{27x}_{b}+\underbrace{26}_{c} \longrightarrow (k+3)^3-1=0 \longrightarrow \underbrace{k+3=1}_{\downarrow\ \boxed{k=-2}}$ ۷

$f(x)<\sqrt{x} \longrightarrow x+\cancel{\sqrt{x}}-2<\cancel{\sqrt{x}} \longrightarrow x\leq 2$ (II)

(I) $x\geq 0$

$\xrightarrow{\text{اشتراک}}$ $0\leq x\leq 2 \longrightarrow \underline{0, 1, 2} \longrightarrow$ ۳ عدد صحیح ۸

$0\leq \cos^2x\leq 1 \longrightarrow -1\leq 9\cos^2x-1\leq 8 \longrightarrow -1\leq \sqrt[3]{9\cos^2x-1}\leq 2$

$0\leq \cos^2x\leq 1 \longrightarrow -8\leq 1-9\cos^2x\leq 1 \longrightarrow -2\leq \sqrt[3]{9\cos^2x-1}\leq 1$

$2^{[-1,2]}-2^{[-2,1]} \longrightarrow$ max: $2^{-1}-2^{1}=\frac{1}{2}-2=-1.5$ ۹

$\longrightarrow$ min: $2^{2}-2^{-2}=2.5$

$b-a=\frac{15}{4}+\frac{6}{4}=\frac{21}{4}$ جواب

$f(x)=x-[x+2] \qquad g(x)=\frac{2^x-2^{-x}}{2}$

$\downarrow$

$x-[x]-2 \xrightarrow{x-[x]\in[0,1)} R_f=[-2, -1)$

$R_f=D_g=\xrightarrow{[-2,-1)}$ min $\to x=-2 \to \frac{2^{-2}-2^{2}}{2}=-\frac{15}{8}$ ۱۰

max $\to x=-1 \to \frac{2^{-1}-2^{1}}{2}=-\frac{3}{4}$

$[-\frac{15}{8}, -\frac{3}{4}) \in R_{gof}$