نگین نکوئی　　　دوازدهم دفتر ۶　　　۱۷/۷۵　　　تکلیف ۹

-۱　　۲

$$f(x+2) = \begin{cases} 3x+5 & x \geq 1 \\ 4x-1 & x < 1 \end{cases}$$

$x+2=t$

$x = t-2$

$$\rightarrow f(t) \begin{cases} 3t-1 & t \geq 3 \\ 4(t-2)-1 & t < 3 \\ 4t-9 & \end{cases}$$

صعودی

$$y = \sqrt{f(3-x) - f(x+1)} \xrightarrow{\text{زیر رادیکال}} $$

نامنفی

$f(3-x) - f(x+1) \geq 0$

$f(3-x) \geq f(x+1)$

$3-x \geq x+1$

$x \leq 1 \rightarrow D = (-\infty, 1]$

-۲　　۲

$f(x) = (x^3+x)^3$

چون اکیداً صعودی است اگر f را بزنیم

نیاز به تغییر علامت نیست

$f \circ f(x) < f(x^3)$

$f(x) < x^3$

$(x^3+x)^3 < x^3$

$x^3 + x < x$

$x^3 < 0 \longrightarrow x < 0$

$x \in (-\infty, 0)$

$x^3 < 0 \longrightarrow x < 0$

$x \in (-\infty, 0)$

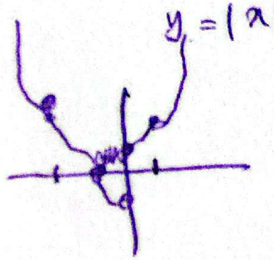
---

۳ - ضابطه‌بندی کردن

(۲)

$y = |x|\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)$

$x<0$	$x>0$
$-x\left(x^2+\frac{1}{x}\right)$	$x\left(x^2+\frac{1}{x}\right)$
$-x^3-1$	x^3+1



غیر یکنوا ✓

---

۴ -

(۲)

$f(x) = \dfrac{2x+1}{|x| - |x+1|}$

$|x| \to x = 0$, $|x+1| \to x+1=0 \Rightarrow x=-1$

$-1 \quad 0$

$y = \dfrac{2x+1}{-x+x+1} \Rightarrow y = 2x+1$

$y = \dfrac{2x+1}{-x-x-1} \Rightarrow y = \dfrac{2x+1}{-2x-1} = -1 \xrightarrow{\text{اگر}} x \neq -\frac{1}{2}$

$y = \dfrac{2x+1}{x-x-1} = -2x-1$

$D_{f(x)} = (-\infty, -1]$

$(-\infty, a]$

$\downarrow$

۰ ← چون نقطه صوری ندارد اکیداً
صعودی نیست تابع ثابت نیز هست

✓

ه - 1

$y = \log_{\frac{1}{2}} (x^2-2x-8)$, $(x^2-2x-8) > 0$

$\rightarrow x^2-2x-8 \rightarrow$ باید اکیداً نزولی باشد

$\frac{1}{2}$ ← اکیداً نزولی

$x_{min} = -\frac{b}{2a} = \frac{-(-2)}{2(1)} = 1$ (1)

اکیداً صعودی = اکیداً نزولی × اکیداً نزولی

$\hookrightarrow (-\infty, x_{min}) \rightarrow (-\infty, 1]$

(2)

شرط دامنه $\rightarrow x^2-2x-8 > 0 \rightarrow (-\infty, -2) \cup (4, +\infty)$

$(2), (1) \rightarrow (-\infty, -2)$

و - 1/5

الف) صعودی اکید $y = m^x \leftarrow m > 1$

$a^2 - 3 > 1$

$a^2 > 4 \rightarrow a > 2$ ✓

$\hookrightarrow a < -2$

ب) صعودی $y = m^x \leftarrow m \geq 1$

$a^2 - 3 \geq 1$

$a^2 \geq 4$

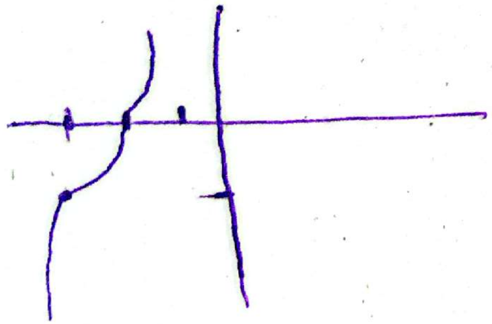
$a \geq 2$ و $a \leq -2$ ✓ $\cup$ $a^2 - 3 = 0 \rightarrow a = \mp\sqrt{3}$

۷ ⇐ وقتی در نقطه $(-3,-1)$ موازات محور xها مماس ← مشتق ۰ شد

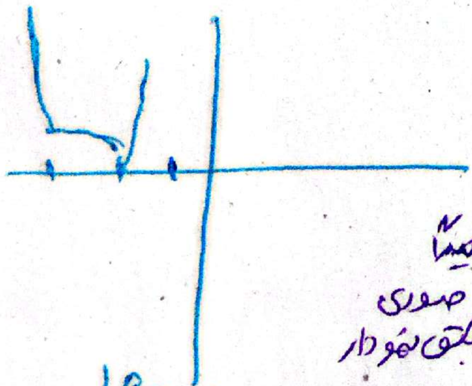
$f(x) = (x+3)^3 - 1$

(۲)

$|f x| = |(x+3)^3 - 1|$



$\rightarrow$



$|f x|$

$(x+3)^3 - 1 = 0$

$x+3 = 1 \rightarrow x = -2$

اکیداً صعودی طبق نمودار $\rightarrow (-2, +\infty)$

---

۸ - $(\sqrt{x}+\frac{1}{2})^2 - \frac{9}{4} \geq -2 \leftarrow (\sqrt{x}+\frac{1}{2})^2 \geq \frac{1}{4} \leftarrow \sqrt{x} \geq 0 \leftarrow$

$f(x) = x + \sqrt{x} - 2 = (\sqrt{x} + \frac{1}{2})^2 - \frac{9}{4}$

$x \geq 0$

نتیجه‌گیری ← صعودی اکید

می‌توانیم f ها را حذف بزنیم

(1,25)

$f \circ f(x) \leq f(\sqrt{x})$

$\rightarrow f(x) \leq \sqrt{x}$

$x + \cancel{\sqrt{x}} - 2 \leq \cancel{\sqrt{x}}$

$x - 2 \leq 0$

$D_1 = x \leq 2$

$D_2 = x \geq 0$

$D_3 \cap D_1 \cap D_2 = \{\cancel{1 \leq x \leq 2}\}$ $[1,2]$

۰ و ۱ و ۲

سه عدد صحیح

$D_3 = f\circ f(x) \xrightarrow{\text{شرط دامنه}} f(x) \geq 0 \rightarrow x \geq 1$

$x + \sqrt{x} - 2 \leq \sqrt{x}$

$x - 2 \leq 0$

$D_1 = x \leq 2$

$D_2 = x \geq 0 \rightarrow D_1 \cap D_2 = \{0 \leq x \leq 2\}$

۰و۱و۲ سه عدد صحیح

۹ - می دانیم $\sqrt[3]{1-9\cos^2 x}$ و $\sqrt[3]{9\cos^2 x - 1}$ با هم قرینه اند پس:

(۲)

$f(x) = \underbrace{2^{\sqrt[3]{9\cos^2 x - 1}}}_{t} - 2^{\sqrt[3]{1-9\cos^2 x}} \longrightarrow f(x) = t - \frac{1}{t}$

$D_f \cos^2 x = [0,1] \rightarrow D\, 9\cos^2 x = [0,9] \rightarrow D\, 9\cos^2 x - 1 = [-1,8]$

$\min \rightarrow 2^{\sqrt[3]{-1}} - 2^{\sqrt[3]{1}} = \frac{1}{2} - 2 = -\frac{3}{2}$

$\max \rightarrow 2^{\sqrt[3]{8}} - 2^{\sqrt[3]{-8}} = 4 - \frac{1}{4} = \frac{15}{4}$

$\rightarrow R_f = [a,b]$

$[-\frac{3}{2}, \frac{15}{4}]$

$b - a = \frac{15}{4} - (-\frac{6}{4}) = \frac{21}{4}$

۱۰ -

(۲)

$f(x) = x - [x+2] = \underbrace{x - [x]}_{[0,1)} - 2 \Rightarrow R_f = [-2,-1)$

$-2 \leq x < -1$

$R_f = D_g \rightarrow g(x) = \frac{2^x - 2^{-x}}{2}$

$g(-2) = \frac{2^{-2} - 2^{2}}{2} = \frac{\frac{1}{4} - 4}{2} = -\frac{15}{8}$

$g(-1) = \frac{2^{-1} - 2^{1}}{2} = \frac{\frac{1}{2} - 2}{2} = -\frac{3}{4}$

$R_{gof} = [-\frac{15}{8}, -\frac{3}{4})$