

$$f(x+2) = \begin{cases} 3x+5 & x \geq 1 \\ 4x-1 & x < 1 \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \quad \begin{aligned} x+2=t \quad x=t-2 \\ f(t) = \begin{cases} 3t-1 & t \geq 3 \\ 4t-9 & t < 3 \end{cases} \end{aligned}$$

$$f(3-x) - f(x+1) \geq 0$$

$$\begin{cases} f(3-x) = 3(3-x) - 1 = 8 - 3x & x \leq 0 \\ f(3-x) = 4(3-x) - 9 = 3 - 4x & x > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} f(x+1) = 3(x+1) - 1 = 3x+2 & x \geq 2 \\ f(x+1) = 4(x+1) - 9 = 4x-5 & x < 2 \end{cases}$$

$$\text{if } x \leq 0 \rightarrow 8 - 3x - 4x + 5 = 13 - 7x \geq 0 \rightarrow x \leq \frac{13}{7} \cap x \leq 0 \Rightarrow x \leq 0$$

$$\text{if } 0 < x < 2 \rightarrow (3 - 4x) - (4x - 5) = 2 - 8x \geq 0 \Rightarrow x \leq \frac{1}{4} \cap 0 < x < 2 \Rightarrow 0 < x \leq \frac{1}{4}$$

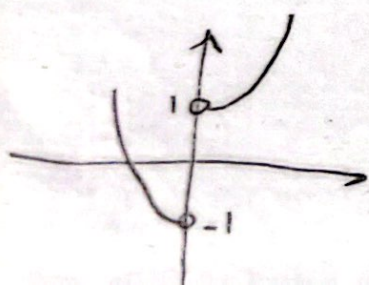
$$\text{if } x \geq 2 \rightarrow 3 - 4x - 3x - 2 = 1 - 7x \geq 0 \Rightarrow x \leq \frac{1}{7} \cap x \geq 2 \Rightarrow \emptyset$$

$$\textcircled{1} \cap \textcircled{2} \cap \textcircled{3} = (-\infty, \frac{1}{4}]$$

۲) چون $f(x)$ و $f \circ f(x)$ صعودی اند پس f ها را از طرفین خط می زنیم

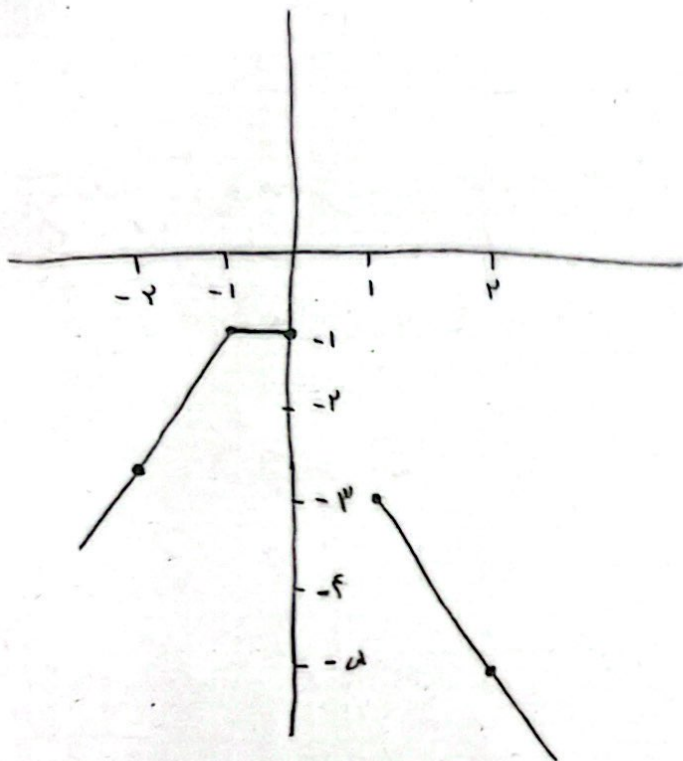
$$f(x) < x^3 \rightarrow (x^3 + x)^3 < x^3 \quad x^3 + x < 0 \quad x^3 < 0 \quad \begin{matrix} x < 0 \\ (-\infty, 0) \end{matrix}$$

$$|x| \left(x^2 + \frac{1}{x} \right) \rightarrow \begin{cases} x^3 + 1 & x > 0 \\ -x^3 - 1 & x < 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{آید صعودی} \\ \text{آید نزولی} \end{matrix} \quad \textcircled{3} \rightarrow \text{غیر یکپارچه}$$



$$f(x) = \frac{x+1}{|x| - |x+1|}$$

$$\begin{cases} x \leq -1 \\ -1 < x < 0 \\ x \geq 0 \end{cases} \quad \begin{aligned} \frac{x+1}{-x - (-x-1)} &= \frac{x+1}{-x+x+1} = \frac{x+1}{1} = x+1 \\ \frac{x+1}{-x-x-1} &= \frac{x+1}{-2x-1} = -1 \\ \frac{x+1}{x-x-1} &= \frac{x+1}{-1} = -x-1 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} x = -1 &\rightarrow y = -1 \\ x = -2 &\rightarrow y = -3 \\ x = 0 &\rightarrow y = -1 \\ x = 1 &\rightarrow y = -3 \\ x = 2 &\rightarrow y = -5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{معرّف } (-\infty, a] \\ \text{معرّف } (-\infty, 0] \end{aligned} \Rightarrow a = 0$$

$$y = \log_{\frac{1}{2}} (x^2 - 2x - 1)$$

$$x^2 - 2x - 1 > 0 \quad (x-4)(x+2) > 0$$

-2	4
+	-
+	+

$$x < -2 \quad \checkmark$$

$$x > 4 \quad \text{ع ق ق}$$

$$\Rightarrow (-\infty, -2) \cup (4, \infty)$$

کاربرد نزولی است پس با این است x باید
معرّفی کاربرد نزولی

$$f(x) = (a^2 - 3)^x$$

$$a^2 - 3 > 1 \quad a^2 > 4 \quad a > 2 \quad a < -2$$

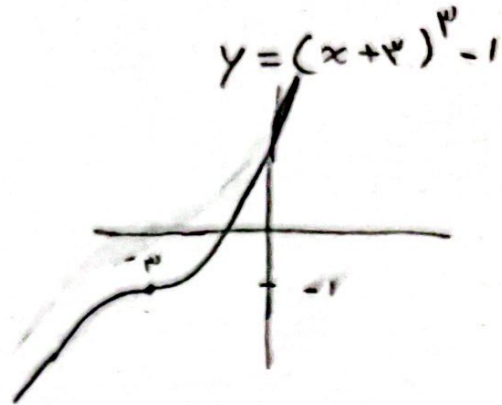
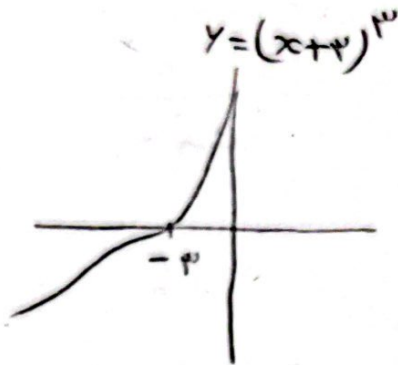
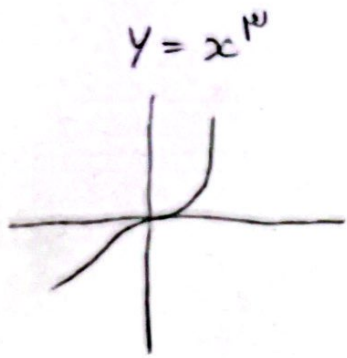
معرّفی است

$$a^2 - 3 \geq 1 \quad a^2 \geq 4$$

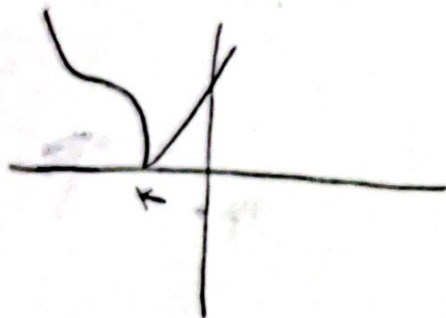
$$a \geq 2 \quad a \leq -2$$

ثابت

⑦ چون در نقطه $(-3, -1)$ به سوار استوارها در نتیجه این نقطه همان نقطه عطف تابع است و حاصله تمام به صورت بوده است $f(x) = (x+3)^3 - 1$



حال باید $y = |f(x)|$ یعنی $y = |(x+3)^3 - 1|$ را رسم کنیم.



برای یافتن K باید معادله $\rightarrow$ ابتدا معادله $(x+3)^3 - 1 = K$ را برابر صفر قرار دهیم

$$|(x+3)^3 - 1| = 0 \quad (x+3)^3 - 1 = 0$$

$$(x+3)^3 = 1 \quad x+3=1 \quad x=-2 \rightarrow \boxed{K=-1}$$

⑧ $f(x) = x + \sqrt{x} - 2$ $f \circ f(x) \leq f(\sqrt{x})$ f را خطی زیر از طریق چرخش x زیر رادیکال است داریم

موردی اندک از طرف یک f را خطی زیر

I $x \leq 2$ II $x \geq 0$

$I \cap II \rightarrow 0 \leq x \leq 2$ شامل ۳ عدد صحیح است {۰، ۱، ۲}

$0 \leq \cos^2 x \leq 1$ $0 \leq 9 \cos^2 x \leq 9$ $-1 \leq 9 \cos^2 x - 1 \leq 8$

$1 \leq \sqrt[3]{9 \cos^2 x - 1} \leq 2$ $\sqrt[3]{9 \cos^2 x - 1} = t$ $f(t) = 2 - t^{-t}$

$-1 \leq t \leq 2$ $f(t) =$ معکوس - نزولی - صعودی

$[f(-1), f(2)] = [-\frac{3}{4}, \frac{15}{4}] \rightarrow b - a = \frac{15}{4} - (-\frac{3}{4}) = \frac{18}{4}$

6

$$f(x) = x - [x + \nu] \quad g(x) = \frac{r^x - r^{-x}}{r} \quad R_{\text{gap}} = ?$$

$$f(x) = x - [x] + \nu \quad 0 \leq x - [x] < 1 \xrightarrow{+\nu} \nu \leq x - [x] + \nu < \nu + 1$$

$$R_f = D_g = [\nu, \nu + 1) \quad y = \frac{r^x - r^{-x}}{r} \xrightarrow{x=\nu} \frac{r^\nu - r^{-\nu}}{r} = \frac{r - \frac{1}{r}}{r}$$

$$= \frac{1 - \frac{1}{r^2}}{r}$$

$$\xrightarrow{x=\nu+1} \frac{r^{\nu+1} - r^{-(\nu+1)}}{r} = \frac{r - \frac{1}{r}}{r} = \frac{r^2 - 1}{r^2}$$

$$R_{\text{gap}} = \left[\frac{1 - \frac{1}{r^2}}{r}, \frac{r^2 - 1}{r^2} \right)$$