

$$f(n+r) \Rightarrow n+r=t \Rightarrow n=t-r \Rightarrow \begin{cases} r(t-r)+0=r \cdot t-1 & t-r \gg 1 \Rightarrow t \gg r \\ r(t-r)-1=r \cdot t-r & t-r < 1 \Rightarrow t < r \end{cases}$$

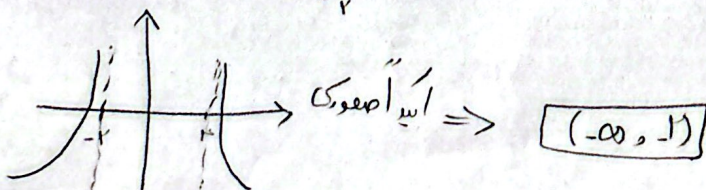
$f(n) = (n^r + n)^r$ $f_0(n) < f(n^r)$
 $h(t) = t^r + t \Rightarrow h'(t) = r t^{r-1} + 1 > 0 \Rightarrow h$ صاف و بڑھتا ہے $\Rightarrow$ $f(n) = (n^r + n)^r$
 $\Rightarrow f(n) < f(n^r) \Rightarrow f(n) < n^{r^2} \Rightarrow (n^r + n)^r < n^{r^2} \Rightarrow n^r + n < n^r \Rightarrow n < 0$
 $f(f(0)) = f(0) = 0 \leq n = 0$ اگر $n < 0$ ہو تو $n^r + n < n^r$

$y = |x| \left(x^2 + \frac{1}{x} \right) \rightarrow x > 0 \Rightarrow x \left(x^2 + \frac{1}{x} \right) = x^3 + 1 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \text{تابع صعودی است} \\ \text{با مشتق گرفتن} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{تابع نزاعی است}$
 $\Rightarrow x < 0 \Rightarrow -x \left(x^2 + \frac{1}{x} \right) = -x^3 - 1 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \text{تابع نزاعی است} \\ \text{با مشتق گرفتن} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{تابع صعودی است}$

در هر دو صورت $m = 0$

$f(n) = \frac{n+1}{|n|-|n+1|} \Rightarrow (-\infty, -1] \Rightarrow |f(n)| < -1 \rightarrow |n| = -n, |n+1| = -n-1$
 حال اول
 $\Rightarrow -1, n < 0 \Rightarrow f(n) = \frac{n+1}{-(n+1)} = (-1) = f(n)$
 حال دوم
 $\Rightarrow n > 0 \Rightarrow f(n) = n-1 \Rightarrow$ تابع متناهی
 $\Rightarrow (-\infty, -1) \Rightarrow$ صورتی
 $= -1$

$$y = \log_{\frac{1}{r}}(u^r - r u - 1) \Rightarrow \log_{\frac{1}{r}}(u - r)(u + r) \Rightarrow \text{نقطة } b : \frac{-r}{+ \phi} - \frac{r}{- \phi} + u \in (-u, r) \cup (r, u)$$



$$f(n) = (a^2 - 1)^n$$

الف) برای آیا همواره $(a^2 - 1)^n < a^{2n}$ برقرار است؟

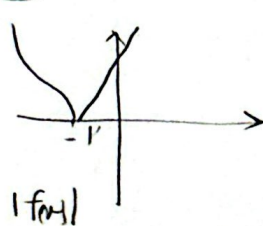
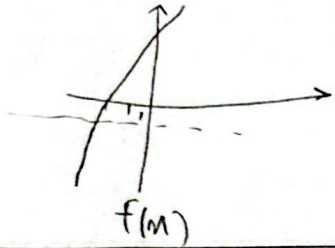
$$a^2 - 1 > 1 \Rightarrow a^2 > 2 \Rightarrow \begin{cases} a > \sqrt{2} \\ a < -\sqrt{2} \end{cases}$$

ب) اگر فرض کنیم همواره $f(n) < a^{2n}$ برقرار است، در حسابات (معصوم) میزنیم

$$a^2 - 1 > 1 \quad a^2 > 2 \quad \boxed{a > \sqrt{2} \vee a < -\sqrt{2}} \quad a^2 - 1 = 0 \Rightarrow a^2 = 1 \Rightarrow \boxed{a = \pm 1}$$

$$f(n) = n^3 + an^2 + bn + c$$

اولی $(K_0 + \infty)$ صوری



تابع $f(n)$ صوری است $\Leftrightarrow$ با مقادیر n متناهی $\Rightarrow$ $n > 0 \Rightarrow$ $f(n) > 0$ برقرار است

$$f(f(n)) \leq f(\sqrt{n}) \Rightarrow f(n) \leq \sqrt{n} \Rightarrow n + \sqrt{n} - 2 \leq \sqrt{n} \Rightarrow n - 2 \leq 0 \Rightarrow n \leq 2$$

$$\begin{matrix} n < 1 \\ n > 2 \end{matrix} \Rightarrow \textcircled{1} \wedge \textcircled{2} \Rightarrow n \leq 2 \Rightarrow \textcircled{0, 1, 2} \Rightarrow \text{مقادیر } n \text{ صحیح}$$

$$f(n) = \underbrace{\sqrt[3]{9 \cos^2 n - 1}}_A - \underbrace{\sqrt[3]{1 - 9 \cos^2 n}}_B$$

$$[a, b] = \left[\frac{-1}{1}, \frac{1}{1} \right]$$

$$\alpha = \sqrt[3]{9 \cos^2 n - 1} \Rightarrow -1 \leq 9 \cos^2 n \leq 9 \Rightarrow -1 \leq 9 \cos^2 n - 1 \leq 8 \Rightarrow -1 \leq \sqrt[3]{9 \cos^2 n - 1} \leq 2$$

$$B = \sqrt[3]{1 - 9 \cos^2 n} \Rightarrow \sqrt[3]{1 - 9 \cos^2 n} \geq -2$$

$$\Rightarrow a = \sqrt[3]{9 \cos^2 n - 1} - \sqrt[3]{1 - 9 \cos^2 n} = \frac{1}{1} - 2 = \left(\frac{-1}{1} \right)$$

$$\sqrt[3]{1 - 9 \cos^2 n} \leq 2$$

$$f(n) = n - [n + r] \quad g(n) = \frac{r^n - r^{-n}}{r} \quad g \circ f(n) = g(f(n)) = g(n - [n + r]) =$$

$$\frac{r^{n - [n + r]} - r^{-(n - [n + r])}}{r} = \frac{r^{n - [n + r]} - r^{-n + [n + r]}}{r} = \frac{r^{n - [n + r]} - r^{-n + [n + r]}}{r}$$