نام و نام خانوادگی ...ملیکا عزه‌پور... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره .... کلاس ...دوازدهم ریاضی A...

۱

$f(\frac{x+2}{2}) = \begin{cases} 3(x+2)-1 \to 3x+5 & x \geq 2 \\ 4(x+2)-9 \to 4x-1 & x<2 \end{cases}$

$f(x+1) \begin{cases} 3(x+1)-1 = 3x+2 & x \geq 4 \\ 4(x+1)-9 = 4x-5 & x<4 \end{cases}$

$f(3-x) = \begin{cases} 3(3-x)-1 = 8-3x & x \leq 0 \\ 4(3-x)-9 = 3-4x & x>0 \end{cases}$

$f(3-x) \geq f(x+1)$

$x \geq 4 \quad 3-4x \geq 3x+2 \quad 1 \geq 7x \quad \frac{1}{7} \geq x$

$4 \leq x < 0 \quad 3-4x \geq 4x-5 \quad 8 \geq 8x \quad 1 \geq x$ جواب: $\boxed{0<x<1}$

$x<0 \to 8-3x > 4x-5 \quad 13 > 7x \quad \frac{13}{7} > x$

۲

$f(f(x)) < f(x^2) \xrightarrow{} f(x) < x^2$ چون تابع اکیدا صعودی است. پس از دو طرف برمی‌داریم

$(x^2+x)^2 < x^4$

$(x^2+x)^2 - x^4 < 0$

$a^2-b^2 = (a-b)(a+b)$

$(x^2+x-x^2)(\ldots) < 0$

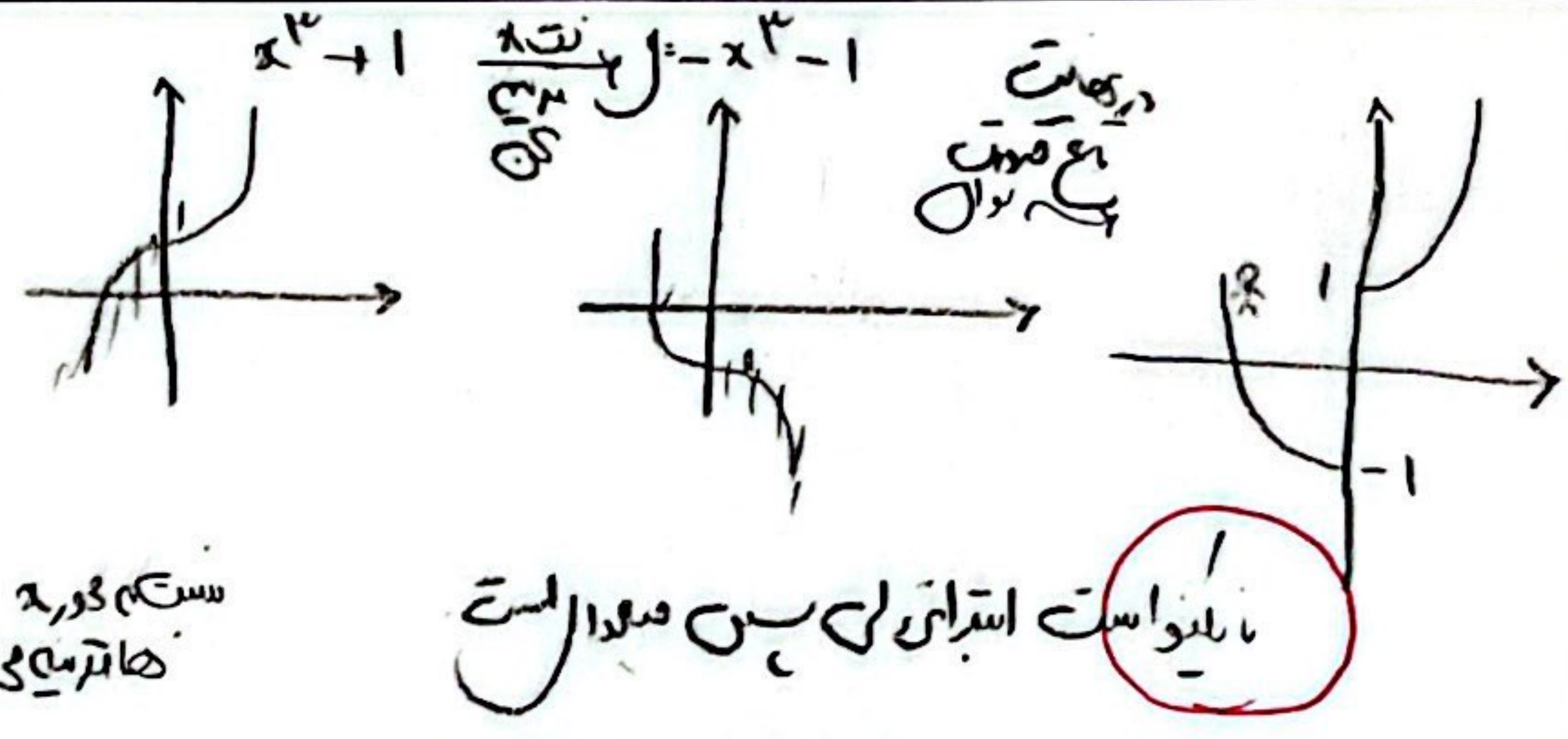
$x^2(x^2)(x^4+1) < 0$

$D = (-\infty, 0]$

۳

$x \geq 0 \to y = x^3+1$

$x < 0 \to y = -x^3-1$ سپس نمودارها را رسم می‌کنیم



نا یکنواخت است زیرا نه صعودی است نه نزولی

۴

$f(x) = \frac{2x+1}{|x| - |x+1|}$ همواره صعودی

منفی صعودی کل تابع است می‌آوریم

تابع نزولی مقدم می‌شود

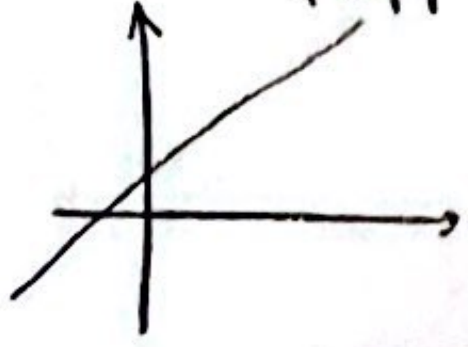
$x \leq -1$ تابع صعودی هر زمان است (چون نمی‌شد)

$\boxed{a=-1}$

$-x+x+1 \quad -1 \quad 0 \quad x-x-1$

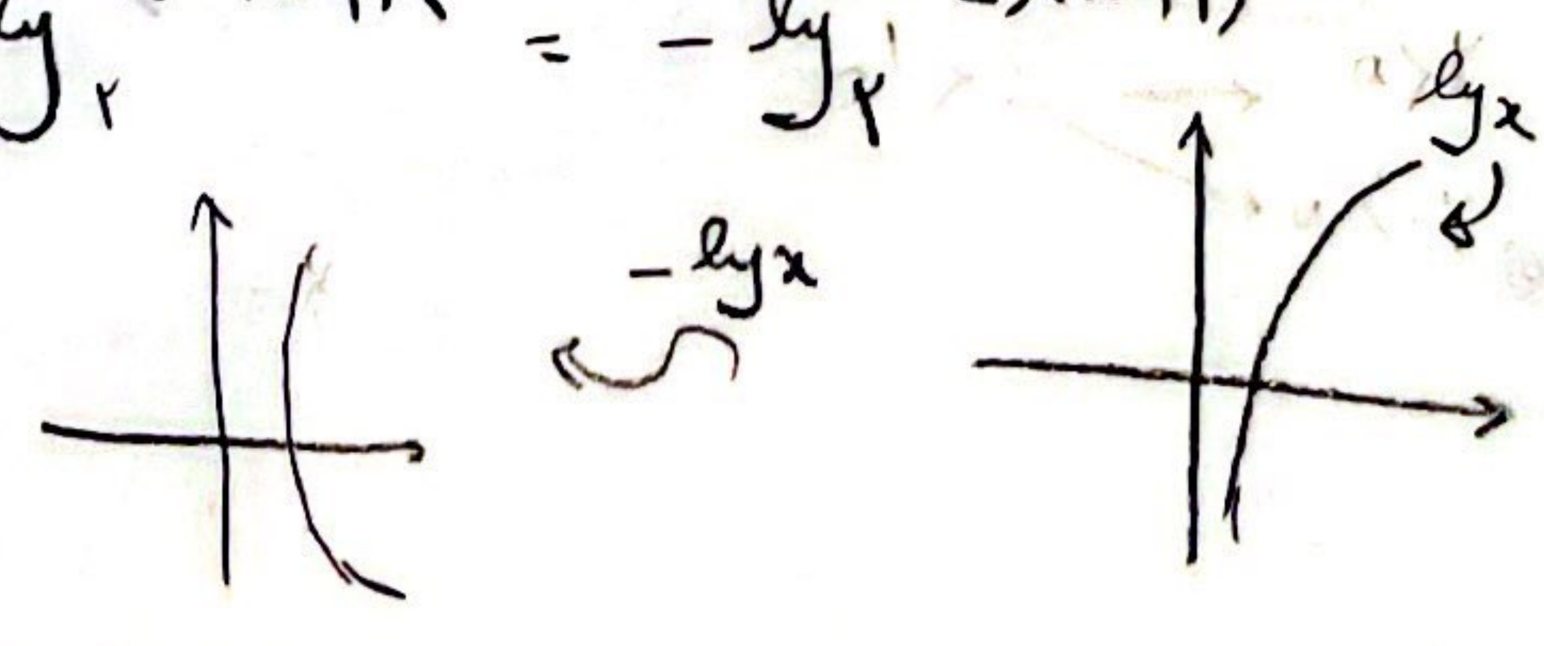
$=1 \qquad (=-1)$

بیشترین مقدار $a=-1$ است تا کل تابع صعودی باشد



۵

$y = \log_{\frac{1}{2}}^{x^2-2x+8} = -\log_2^{x^2-2x+8} = -\log_2^{(x-4)(x+2)}$



۶

الف)

$a^2-3>1$

$a^2>4 \quad a>2,\ a<-2$

$a=(-\infty,-2)\cup(2,+\infty)$

ب)

$a^2-3\geq 1$

$a^2\geq 4 \quad a\geq 2,\ a\leq -2$

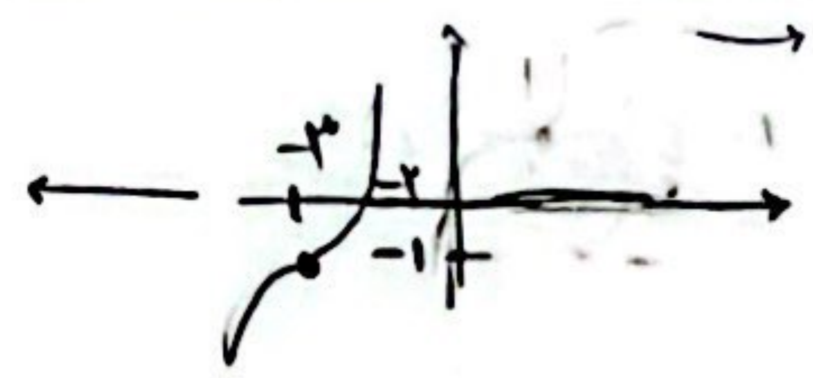
$a=(-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$

۷

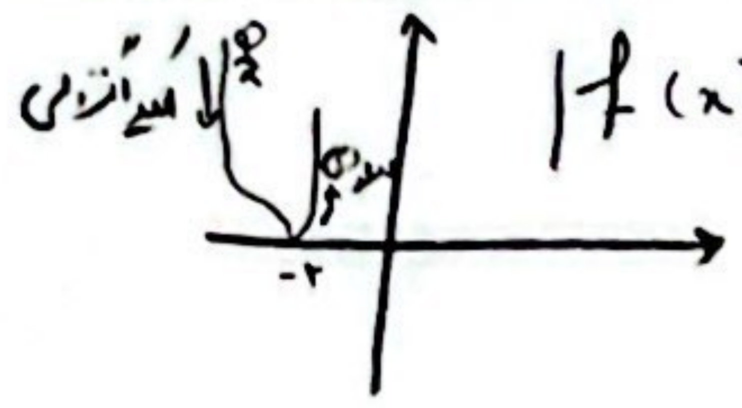
$y=(x+3)^3-1$

$1=(x+3)^3$

$K=-2$



$|f(x)|$

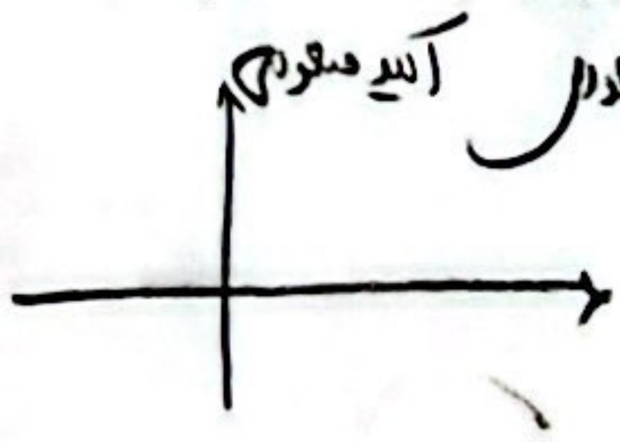


$=[-2,+\infty)$

۸

$f(x)=(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-1)$ ، اکیداً صعودی

۰ و ۱ و ۲



$f(f(x))\leq f(\sqrt{x}) \xrightarrow{\text{چون اکیداً صعودی است}} f(x)\leq\sqrt{x}$

$x+\sqrt{x}-2$

$x\geq 0 \quad \boxed{x\leq 2} \leadsto 0\leq x\leq 2$

۹

$2^{\sqrt[3]{9\cos^2x-1}}-2^{\sqrt[3]{1-9\cos^2x}}$

$0\leq\cos^2x\leq 1$

$0\leq 9\cos^2x\leq 9 \to -1\leq 9\cos^2x-1\leq 8 \to -1\leq\sqrt[3]{9\cos^2x-1}\leq 2$

$b-a$

$2^{-1}=\frac12 \quad 2^3=8$

$0\geq -9\cos^2x\geq -9$

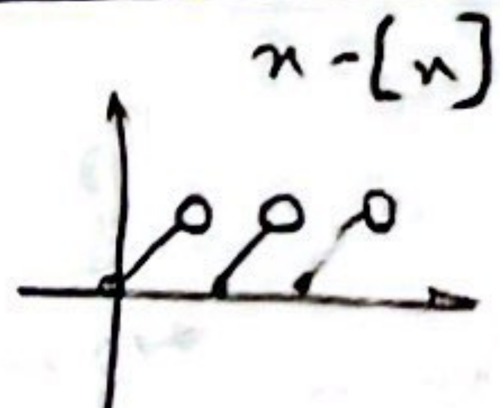
$1\geq 1-9\cos^2x\geq -8 \leadsto -2\leq\sqrt[3]{1-9\cos^2x}\leq 1 \to 2^{-2}=\frac14 \quad 2^1=2$

$[a,b]=[\frac14,2] \leadsto b-a=4-\frac14=\frac{15}{4}$

$\frac12-\frac14=\frac14$

۱۰

$x-[x]$



$gof(x)=\frac{2^{f(x)}-2^{-f(x)}}{2}=\frac{2^{x-[x+2]}-2^{-x+[x+2]}}{2}$

$f(x)=-2$

$x\in\mathbb{Z} \longrightarrow \frac{2^{-2}-2^{2}}{2}=\frac{\frac14-4}{2}=\frac{-\frac{15}{4}}{2}=\frac{-15}{8}$

$x\notin\mathbb{Z} \quad \frac{2^{-1}-2^{1}}{2}=\frac{\frac12-2}{2}=\frac{-\frac32}{2}=\frac{-3}{4}$

$R_{gof}=[\frac{-3}{4},\frac{-15}{8}]$