نام و نام خانوادگی ......[illegible]......... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره .....9..... کلاس .....دهم دختر - A.....

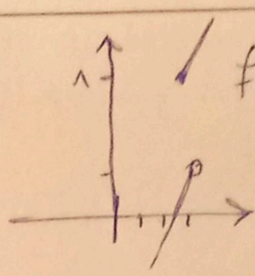
1

$f(x+2)=\begin{cases}3x+5 & x\geq 1\\ 4x-1 & x<1\end{cases} \Rightarrow f(x)=\begin{cases}3x-1 & x\geq 3\\ 4x-9 & x<3\end{cases}$

$x+2=t \quad x=t-2$

$f(3-x)-f(x+1)\geq 0 \Rightarrow f(3-x)\geq f(x+1)$

$3-x\geq x+1 \quad 2\geq 2x \to 1\geq x \quad D_f=(-\infty,1]$



$f(x) \to$ صعودی اکید

2

$f(x)=(x^3+x)^3 \quad fof(x)<f(x^3)$

$\underbrace{x^3}_{\text{صعودی اکید}}+\underbrace{x}_{\text{صعودی اکید}} \Rightarrow$ صعودی اکید

$\Rightarrow f(x)<x^3 \Rightarrow (x^3+x)^3<x^3 \Rightarrow (x^3+x)<x \quad x^3<0 \quad x<0$

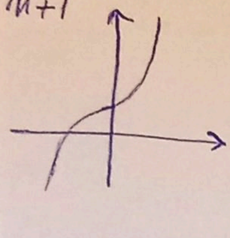
$(-\infty,0)$

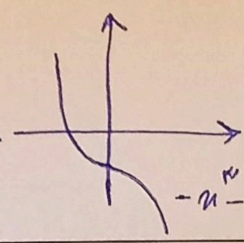
3

$y=|x|(x^2+\frac{1}{x}) \to x>0 \quad x(x^2+\frac{1}{x})=x^3+1$

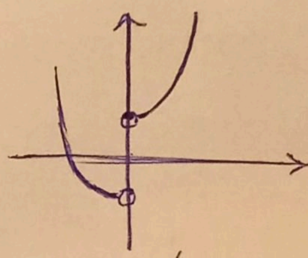
$\to x<0 \quad -x(x^2+\frac{1}{x})=-x^3-1 \Rightarrow$

x^3+1





$-x^3-1$



تابع در کل دامنه غیر یکنوا است.

4

$f(x)=\frac{2x+1}{|x|-|x+1|}$

$-1 \quad 0$

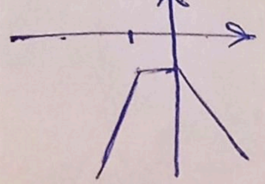
$-x+x+1 \mid -x-x-1= \mid x-x-1=(-1)$

$=(1) \quad -2x-1$

$x\geq 0 \quad \frac{2x+1}{-1}=-2x-1$

$-1\leq x\leq 0 \quad \frac{2x+1}{-2x-1}=-1$

$-1\geq x \quad \frac{2x+1}{1}=2x+1$



در بازه‌ی $(-\infty,0]$

$\Leftarrow$ صعودی است

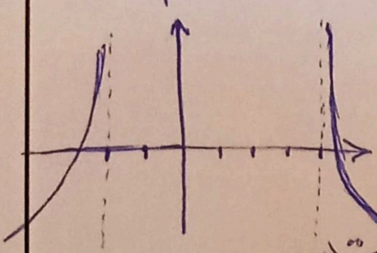
$a=0$

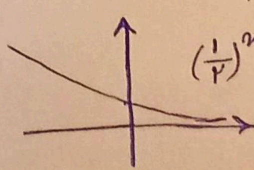
5

$y=\log_{\frac{1}{2}}(x^2-2x-8) \quad x^2-2x-8>0 \quad (x-4)(x+2)>0$

	-2		4	
+		-		+

$D_f=(-\infty,-2)\cup(4,+\infty)$





با نزدیک کردن x به ۴ یا ۲- ، به صورت حدی x^2-2x-8 عدد مثبت بسیار کوچکی می‌شود که با رساندن $\frac{1}{2}$ به مثبت بی‌نهایت این اتفاق می‌افتد.

در بازه‌ی $(-\infty,-2)$ صعودی اکید است

۶

$f(x)=(a^2-3)^x$

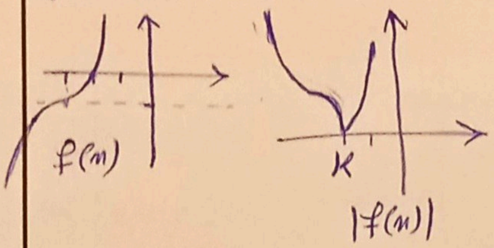
الف) صعودی اکید $a^2-3>1 \to a^2>4 \to a>2$ یا $a<-2$ $\quad (-\infty,-2)\cup(2,+\infty)$

ب) صعودی $a^2-3\geq 1 \to a^2\geq 4 \to a\geq 2$ یا $a\leq -2$ $\quad (-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$

۷

$f(x)=x^3+ax^2+bx+c \quad x_S=-3,\ y_S=-1 \quad f(x)=(x-x_S)^3+y_S$

$f(x)=(x+3)^3-1$



$x=K \to f(x)=0 \Rightarrow (K+3)^3-1=0$

$(K+3)^3=1 \Rightarrow K+3=1 \Rightarrow \underline{K=-2}$

۸

$f(x)=x+\sqrt{x}-2 \to$ نوعی تابع صعودی اکید $\quad f(f(x))\leq f(\sqrt{x}) \Rightarrow$

$x+\sqrt{x}-2 \leq \sqrt{x} \Rightarrow x\leq 2 \quad D_f=[0,+\infty) \to$ به علت رادیکال

$\Rightarrow (-\infty,2]\cap[0,+\infty)=[0,2]=0,1,2$ $\quad$ ۳ عدد صحیح

۹

$0\leq \cos^2 x\leq 1 \qquad -1\leq 9\cos^2 x-1\leq 8 \to -1\leq \sqrt[3]{9\cos^2 x-1}\leq 2$

$f(T)=\underbrace{2^{T}}_{\text{صعودی اکید}}-\underbrace{2^{-T}}_{\text{صعودی اکید}} \Rightarrow$ صعودی اکید

$\Rightarrow R_f=[f(-1),f(2)]=\left[-\frac{3}{2},\frac{15}{4}\right]$

$\frac{15}{4}+\frac{6}{4}=\boxed{\frac{21}{4}}$

۱۰

$f(x)=\underbrace{x-[x]}_{[0,1)}-2 \quad R_f=[-2,-1) \quad g(x)=\frac{2^x-2^{-x}}{2} \quad R_{gof(x)}=?$

$g(x)=\underbrace{\frac{2^x}{2}}_{\text{صعودی اکید}}-\underbrace{\frac{(\frac{1}{2})^x}{2}}_{\text{اکید صعودی}} \Rightarrow$ تابع اکید صعودی $\quad R_{gof(x)}=[g(-2),g(-1))=\left[-\frac{15}{8},-\frac{3}{4}\right)$

$g(-2)=\frac{2^{-2}-2^2}{2}=\frac{-15}{8} \quad g(-1)=\frac{2^{-1}-2^1}{2}=-\frac{3}{4}$