حورا_حقیقی

۱۸٫۷۵

۱) ۲

$f(x) = \begin{cases} ۲x-۱ & x \geq ۳ \\ ۴x-۹ & x<۳ \end{cases}$ $f(۳-x) \begin{cases} ۵-۲x & x \leq ۰ \\ ۳-۴x & x>۰ \end{cases}$

$f(x+۱) = \begin{cases} ۲x+۱ & x \geq ۲ \\ ۴x-۵ & x<۲ \end{cases}$

$f(۳-x)-f(x+۱) = \begin{cases} \overset{-۶x+۲}{۳-۴x-۲x-۱} & x \geq ۲ \\ \overset{-۸x+۸}{۳-۴x-۴x+۵} & ۰<x<۲ \\ \underset{-۶x+۱۰}{۵-۲x-۴x+۵} & x \leq ۰ \end{cases}$

$-۶x+۲ \geq ۰$ $x \leq \frac{۱}{۳}$ غقق

$-۸x+۸ \geq ۰$ $x \leq ۱ \rightsquigarrow ۰<x \leq ۱$

$-۶x+۱۰ \geq ۰$ $x \leq \frac{۱۰}{۶} \rightsquigarrow x \leq ۰$

$D_f = (-\infty, ۱]$ ✓

---

۲) ۲

$f(x) = (\overset{\text{اص}}{x^۳} + \overset{\text{اص}}{x})^۳ \Rightarrow$ اکیداً ص

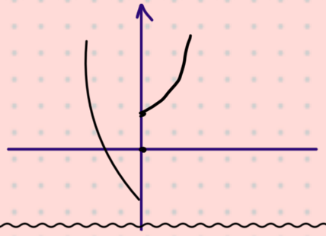
$fof < f(x^۳) \rightsquigarrow x^۳ > f(x)$ $x^۳ > (x^۳+x)^۳$ $x > x^۳+x$ $x<۰$ ✓

---

۳) ۲

$x \geq ۰$ $(x^۳+۱)$

$x<۰$ $(-x^۳-۱)$



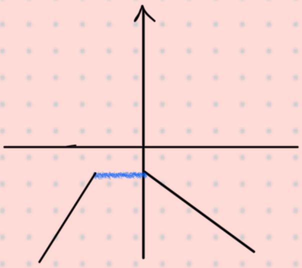
$\rightsquigarrow$ غیرپوشا ✓

---

۴) ۲

$f(x) = \dfrac{۲x+۱}{|x|-|x+۱|}$ (۰، ۱-)

$f(x) \begin{cases} x \geq ۰ & -۲x-۱ \\ -۱<x<۰ & \dfrac{۲x+۱}{-x-x-۱} = -۱ \\ x \leq -۱ & \dfrac{۲x+۱}{-x+x+۱} = ۲x+۱ \end{cases}$



$(-\infty, ۰]$ ⇝ در بازه‌ی صعودی است ⇝ $a = ۰$ ✓

---

۵) ۲

$\log_{\frac{۱}{۲}\text{ن}} (x^۲-۲x-۸)\text{ن}$ } در این صورت اکیداً صعودی

① $x^۲-۲x-۸$ $-\frac{b}{۲a} = ۱ \rightsquigarrow (-\infty, ۱]$ نزولی $a>۰$

② $x^۲-۲x-۸>۰$
$(x-۴)(x+۲)>۰ \rightsquigarrow x<-۲ \vee x>۴$

①∩② ⇝ $x<-۲$ ✓

---

۶) ۱٫۵

$(a^۲-۳)^x \longrightarrow$ اکیداً صعودی $a^۲-۳>۱$ $a^۲>۴$ $a>۲$, $a<-۲$ ✓

$(a^۲-۳)^x \longrightarrow$ صعودی $a^۲-۳ \geq ۱$ $a^۲ \geq ۴$ $a \geq ۲$, $a \leq -۲$ $\cup\ a^۲-۳=۰ \to a = \pm\sqrt{۳}$ سوال نگفته تابع نمایی!

---

۷) ۲

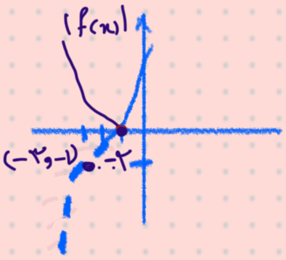
$(-۳, -۱)$

$(x+۳)^۳-۱=۰$

$(x+۳)^۳=۱$

$x+۳=۱$

$x=-۲$



$\rightsquigarrow (k, +\infty) \rightsquigarrow k=-۲$ ✓

اکیداً صعودی

---

۸) ۱٫۲۵

$f(x) = \underset{\text{اص ۱}}{x-۲} + \underset{\text{اص ۱}}{\sqrt{x}}$

$x \geq ۰$

$\sqrt{x} \geq f(x)$

$x-۲ \leq ۰$ $x \leq ۲$ ②

⇝ شرط دامنه $f(x) \geq ۰$

$x+\sqrt{x}-۲ \geq ۰$

$(\sqrt{x}+۲)(\sqrt{x}-۱)$ غقق ۱

غقق | ۰ | − | ۱ | + ①

①∩② $۱ \leq x \leq ۲ \cup \{۰\}$ ⇝ ۱, ۲, ۰

۳ عدد

$\xrightarrow{\cap} [۱, ۲]$

$fof(x) \xrightarrow{\text{شرط دامنه}} f(x) \geq ۰ \to x \geq ۱$

۹) (۲)

$۲\sqrt{۹\cos^۲\alpha-۱} \longrightarrow = f(x)$

$\nearrow \min\ \cos^۲x=۰ \quad f(x)=\frac{۱}{۲}-۲=-\frac{۳}{۲}$

$\searrow \max\ \cos^۲\alpha=۱ \quad f(x)=۴-\frac{۱}{۴}=\frac{۱۵}{۴}$

$[a,b]=[-\frac{۳}{۲},\frac{۱۵}{۴}]=\frac{۱۵}{۴}+\frac{۳}{۲}=\frac{۲۱}{۴}$ ✓

---

۱۰) (۲)

$f(x)=x-[x+۲]=\underbrace{x-[x]}_{۰\leqslant\ <۱}-۲ \qquad \boxed{-۲\leqslant f(x)<-۱}$

$g(x)=\frac{۲^x-۲^{-x}}{۲}$

$gof(x)=g(\underbrace{f(x)}_{-۲\leqslant\ <-۱}) \quad g(-۲)=\frac{\frac{۱}{۴}-۴}{۲}=-\frac{۱۵}{۸}, \quad g(-۱)=\frac{\frac{۱}{۲}-۲}{۲}=-\frac{۳}{۴} \quad \Big\} \quad R_{gof}=[-\frac{۱۵}{۸},-\frac{۳}{۴})$ ✓