

ویانا مدرسه / تالیف شماره ۱ / دوازدهم دفتر ۳ مه شعبه

سوال ۱۰ (الف) $y^2 - 2x^2 = 2x - 1 \Rightarrow y^2 = 2x^2 + 2x - 1$ $\left\{ \begin{array}{l} y_1^2 = 2x_1^2 + 2x_1 - 1 \\ y_2^2 = 2x_2^2 + 2x_2 - 1 \end{array} \right.$ $\xrightarrow[\text{ریاضی}]{\text{طبق تعریف}} y_1^2 = y_2^2 \Rightarrow y_1 = y_2$ $x_1 = x_2$ تابع هست

تقریب ریاضی $\left\{ \begin{array}{l} (x_1, y_1) \\ (x_2, y_2) \end{array} \right. \Rightarrow y_1 = y_2$ $\text{if } x_1 = x_2$

ب) $x \cdot \cos y = y \cdot \cos x$ اگر فرض کنیم $x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos x = 0 \Rightarrow \frac{\pi}{2} \cdot \cos y = y \cdot \cos \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{\pi}{2} \cdot \cos y = y \cdot 0 \Rightarrow \cos y = 0 \Rightarrow y = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \dots (k\pi + \frac{\pi}{2})$ تابع نیست

ج) $\frac{x+y}{2} = \sqrt{xy}$ $x, y > 0$ $x+y = 2\sqrt{xy} \Rightarrow x+y - 2\sqrt{xy} = (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 = 0 \Rightarrow \sqrt{x} - \sqrt{y} = 0 \Rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{y} \Rightarrow x = y$ تابع هست

د) $xy^2 + 2x - y^3 - 2y = 0 \Rightarrow x(y^2 + 2) - y(y^2 + 2) = 0 \Rightarrow (y^2 + 2)(x - y) = 0$ $\left\{ \begin{array}{l} y^2 + 2 = 0 \Rightarrow y^2 = -2 \text{ غیر قابل قبول} \\ x - y = 0 \Rightarrow x = y \end{array} \right.$ تابع هست

سوال ۱۱ (الف) $|y| + x^2 = 2y \Rightarrow |y| = 2y - x^2$ $\left\{ \begin{array}{l} y = 2y - x^2 \Rightarrow y = x^2 \quad y \geq 0 \quad \checkmark \\ -y = 2y - x^2 \Rightarrow y = \frac{x^2}{3} \quad y < 0 \quad \times \end{array} \right.$ تابع هست

مخرج و صورت $\frac{x^2}{3}$ منفی $\Rightarrow$ همواره مثبت در نتیجه کسر همواره مثبت است پس y منفی نمی دهد

تابع نیست $1 < y < 2 \Rightarrow [y] = 1 \Rightarrow [x] = 0 \Rightarrow x = 0$ $\Rightarrow [x] + [y] = 1$ $\Rightarrow$ با زانی یک مقدار x چندین مقدار y هست آمد

سوال ۲۰ $f(x) = \begin{cases} x^2 - b & x \geq 2 \\ a + 2x & 0 \leq x \leq 3 \end{cases}$ $a + b = ?$ $x = 1 \Rightarrow \begin{cases} x - 1 \geq 2 \Rightarrow x \geq 3 \\ x - 1 \leq 2 \Rightarrow x \leq -1 \end{cases}$

$f(x) = \begin{cases} x^2 - b & x \geq 3 \\ a + 2x & 0 \leq x \leq 3 \\ x^2 - b & x \leq -1 \end{cases} \Rightarrow$ با توجه به تعریف تابع $x = 3 \Rightarrow 2(3)^2 - b = a + 2(3) \Rightarrow 18 - b = a + 6 \Rightarrow a + b = 12$

سوال ۲۵ $f(x) = \sqrt{a - bx - x^2}$ $D_f = [b, a]$ $a + b = ?$ $(a \neq 0, b \in \mathbb{Z})$

یک سهمی رو به بالا $(\Delta < 0)$ ضرب x $x^2 + bx - a \leq 0 \Rightarrow a - bx - x^2 \geq 0 \Rightarrow$ دامنه تابع f

منفی است پس b و a اعداد صحیح هستند $a = -2b$ $s = \frac{-b}{1} = b + a \Rightarrow a + b = -b \Rightarrow a = -2b$

$p = \frac{-a}{1} = a + b \Rightarrow b = \frac{-a}{a} = -1$ $a = -2x - 1 = 2$

$a + b = 2 + (-1) = 1$

$$y = \frac{2}{\sqrt{ax^2+bx+c}} \quad D_f = (-\infty, 2) \quad 3a+c-3|b|=?$$

(سوال پنج)

چون دامنه از نقطه ۲ به قبل است یعنی $ax^2+bx+c > 0$

$$\Rightarrow a=0 \Rightarrow bx+c > 0 \Rightarrow x > -\frac{c}{b}$$

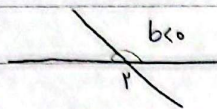
این معادله خطی بوده است که یک ریشه ۲ داشته

و چون از نقطه ۲ به قبل است یعنی ضریب x (b)

منفی بوده است

$$-\frac{c}{b} = 2 \Rightarrow c = -2b$$

$$3x_0 - 2b - 3(-b) = b$$



$$y = \sqrt{\frac{3x+2}{x+b}} + a \quad D_f = (2, +\infty) \quad b=?$$

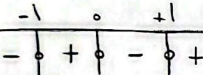
(سوال شش)

از آنجایی که دامنه بازه ۲ به بعد است

$$10 \quad y = \sqrt{\frac{3x+2+ax+ab}{x+b}} = \sqrt{\frac{x(3+a)+2+ab}{x+b}} \quad \text{یعنی صورت ریشه نامیده و ۲ ریشه منفرجه است}$$

$$\frac{x(3+a)+2+ab}{x+b} \geq 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} x+b=0 \Rightarrow x=2 \Rightarrow 2+b=0 \Rightarrow b=-2 \\ 3+a=0 \Rightarrow a=-3 \end{array} \right.$$

$$15 \quad \text{(سوال هفت)} \quad y = \sqrt{x^3-x} \Rightarrow x^3-x \geq 0 \Rightarrow x(x^2-1) \geq 0 \Rightarrow D_f = [-1, 0] \cup [1, +\infty)$$



$$\text{ب) } \frac{1}{\sqrt{|x|-1}} \Rightarrow |x|-1 > 0 \Rightarrow |x|-1 > 0 \Rightarrow |x| > 1 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x > 1 \\ x < -1 \end{array} \right. \Rightarrow D_f = (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$$

$$20 \quad \text{(سوال هشت)} \quad y = 2\sqrt{\frac{1}{|x|-x}} \Rightarrow |x|-x > 0 \Rightarrow |x| > x \Rightarrow x < 0 \Rightarrow D_f = \mathbb{R}^-$$

$$\text{ب) } \sqrt{x} + \sqrt{y} = 9 \quad \left\{ \begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array} \right. \quad \sqrt{y} = 9 - \sqrt{x} \Rightarrow 9 - \sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow 9 \geq \sqrt{x} \Rightarrow 81 \geq x \geq -1$$

$$\text{استنتاج} \Rightarrow D_f = [0, 81]$$

$$25 \quad y = \sqrt{\left[2x - \frac{1}{x}\right] + \left[2x + \frac{3}{x}\right]} \Rightarrow \left[2x - \frac{1}{x}\right] + \left[2x + \frac{3}{x}\right] \geq 0$$

$$\Rightarrow \left[2x - \frac{1}{x} + \frac{3}{x} - \frac{3}{x}\right] + \left[2x + \frac{3}{x}\right] \geq 0 \Rightarrow \left[2x + \frac{2}{x} - \frac{3}{x}\right] + \left[2x + \frac{3}{x}\right] \geq 0 \Rightarrow 2\left[2x + \frac{2}{x}\right] - 2 \geq 0 \Rightarrow \left[2x + \frac{2}{x}\right] \geq 1 \Rightarrow 2x + \frac{2}{x} \geq 2 \Rightarrow 2x \geq \frac{2}{x} \Rightarrow x \geq \frac{1}{x} \Rightarrow D_f = \left[\frac{1}{e}, +\infty\right)$$

$$y = \sqrt{1 - \log(rx-a)} \quad D_f = (b, c) \quad c-b=?$$

(سوال ده)

$$30 \quad 1 - \log(rx-a) \geq 0 \Rightarrow 1 \geq \log(rx-a) \Rightarrow (1.0)' \geq rx-a \Rightarrow 1.0+a \geq rx \Rightarrow \frac{1.0+a}{r} \geq x$$

$$rx-a > 0 \Rightarrow x > \frac{a}{r} \Rightarrow \frac{a}{r} = b \Rightarrow c-b = \frac{1.0+a}{r} - \frac{a}{r} = \frac{1.0}{r} = \frac{1}{r}$$

$$\frac{1.0+a}{r} = c$$