

الف) $y = \sqrt[3]{2x^2 + 2x - 1}$ $\begin{cases} y_1 = \sqrt[3]{2x_1^2 + 2x_1 - 1} \\ y_2 = \sqrt[3]{2x_2^2 + 2x_2 - 1} \end{cases} \xrightarrow{x_1 = x_2} \sqrt[3]{2x_1^2 + 2x_1 - 1} = \sqrt[3]{2x_2^2 + 2x_2 - 1} \Rightarrow y_1 = y_2$ تابع هست

ب) $x \cos y = y \cos x$ مثال نقض $x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{\pi}{4} \cos y = y \cos \frac{\pi}{4} \Rightarrow \cos y = 0 \Rightarrow y = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \dots$ تابع نیست

ج) $x + y = 2\sqrt{xy} \Rightarrow x + y - 2\sqrt{xy} = 0 \Rightarrow (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 = 0 \Rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{y} \Rightarrow y = x$ تابع است

د) $xy^2 + 2x = y^3 + 2y \Rightarrow x(y^2 + 2) = y(y^2 + 2) \Rightarrow y = x$ تابع است

رابطه الف تابع است: $2y - |y| = x^2 \xrightarrow{y \geq 0} y = x^2$ $\xrightarrow{y < 0} y = -\frac{x^2}{3}$ (عبارت $\frac{x^2}{3}$ همواره مثبت است اما y را منفی فرض کردیم) $\Rightarrow$ تابع است

ب) $[y] + [x] = 1$ مثال نقض $x = 0 \Rightarrow [y] + 0 = 1 \Rightarrow [y] = 1 \Rightarrow y \in [1, 2)$ تابع نیست

$|x-1| \geq 2 \xrightarrow{x > 1} x-1 \geq 2 \Rightarrow x \geq 3$ $\xrightarrow{x < 1} x-1 \leq -2 \Rightarrow x \leq -1$ $\Rightarrow f(x) = \begin{cases} 2x^2 - b & x \geq 3, x \leq -1 \\ a + 2x & -1 < x < 3 \end{cases}$ $\Rightarrow$ دو رابطه مشتق است $\Rightarrow 2(3)^2 - b = 2(3) + a \Rightarrow a + b = 12$

$D_f = [b, a] \Rightarrow f(x) = \sqrt{-(x-b)(x-a)} = \sqrt{-x^2 + (a+b)x - ab} \Rightarrow \sqrt{-x^2 + (a+b)x - ab} = \sqrt{-x^2 - bx + a}$

$\Rightarrow a = -ab \Rightarrow b = -1$ ، $a + b = -b \Rightarrow a = 2$

$\Rightarrow a + b = 2 - 1 = 1$

$D_f = (-\infty, 2) \Rightarrow \begin{cases} ① \text{ ممات زیر رادیکال یک خط است} \Rightarrow a = 0 \\ ② \text{ ریشه منفرجه است} \\ ③ \text{ شیب این خط منفی است} \Rightarrow b < 0 \end{cases} \Rightarrow b(2) + c = 0 \Rightarrow c = -2b$

$3a + c - 3|b| = 3(0) - 2b + 3b = b$

عبارت زیر را در یک تابع همگرایک است که بجانب قائم آن ریشه مخرج است.
با توجه به دامنه تابع $(x+2)$ و ریشه مخرج ۲ بوده پس داریم:

$$x+b=0 \Rightarrow \boxed{b=-2}$$

۶

$$\text{الف) } y = \sqrt{x^3 - x} \Rightarrow x^3 - x \geq 0 \Rightarrow x^3 \geq x \Rightarrow \boxed{D = [-1, 0] \cup [1, +\infty)}$$

$$\text{ب) } y = \frac{1}{\sqrt{|x|-1}} \Rightarrow |x|-1 > 0 \Rightarrow |x| > 1 \Rightarrow \boxed{D = \mathbb{R} - [-1, 1]}$$

۷

$$\text{الف) } y = \sqrt[3]{\frac{1}{|x|-[x]}} \Rightarrow |x|-[x] \neq 0 \Rightarrow |x| \neq [x] \Rightarrow x \notin \mathbb{W} \Rightarrow \boxed{D = \mathbb{R} - \mathbb{W}}$$

$$\text{ب) } \sqrt{x} + \sqrt{y} = 9 \Rightarrow \sqrt{y} = 9 - \sqrt{x} \Rightarrow 9 - \sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x} \leq 9 \Rightarrow x \leq 81$$

۸

$$\Rightarrow \boxed{D = [0, 81]}$$

$$\left[2x - \frac{1}{x}\right] + \left[2x + \frac{x}{x}\right] > 0 \Rightarrow \left[2x + \frac{1}{x} - 1\right] + \left[2x + \frac{1}{x} + 1\right] > 0$$

$$\Rightarrow \left[2x + \frac{1}{x}\right] - 1 + \left[2x + \frac{1}{x}\right] + 1 > 0 \Rightarrow 2\left[2x + \frac{1}{x}\right] > 0 \Rightarrow \left[2x + \frac{1}{x}\right] > 0$$

$$\Rightarrow 2x + \frac{1}{x} > 1 \Rightarrow x > \frac{1}{x} \Rightarrow \boxed{D = \left[\frac{1}{x}, +\infty\right)}$$

۹

$$2x - a > 0 \Rightarrow x > \frac{a}{2} \Rightarrow b = \frac{a}{2}$$

$$1 - \log(2x - a) > 0 \Rightarrow \log(2x - a) < 1 \Rightarrow 2x - a < 10 \Rightarrow x < \frac{10+a}{2} \Rightarrow c = \frac{10+a}{2}$$

$$c - b = \frac{10+a}{2} - \frac{a}{2} = \boxed{5}$$

۱۰